



# Applicazione della teoria del gradiente relativo e standard normativi alla verifica del braccio di un escavatore

M. Comandini

*Dipartimento DIEM, Facoltà di Ingegneria, Università degli Studi di Bologna, Viale del Risorgimento, 2 – 40136 Bologna,  
e-mail: matteo.comandini@mail.ing.unibo.it*

---

**RIASSUNTO.** La progettazione di un componente di forma generica sollecitato con carico variabile nel tempo si avvale di misure sperimentali e simulazioni numeriche per conoscere lo stato di sforzo [1]. Le tecniche di analisi sperimentale rivestono una importanza insostituibile nella determinazione dei dati dei materiali e grazie alle elevate prestazioni dei moderni computer, allo sviluppo dei software di calcolo, prende sempre più piede l'utilizzo del metodo agli elementi finiti con il quale è possibile simulare diverse configurazioni di esercizio del componente e valutare il comportamento meccanico del materiale secondo diverse tipologie di carico in tempi e costi ridotti. In questo lavoro è stato affrontato lo studio del comportamento a fatica di un braccio escavatore di una comune macchina movimento terra, a partire da l'analisi FEM. Il risultato di un'analisi agli elementi finiti è puntuale, cioè definito e diverso nodo per nodo, mentre le teorie classiche sulla fatica si basano sui valori nominali delle tensioni. Lo stesso problema si ripropone poi nell'applicazione delle normative, anch'esse legate alle tensioni nominali [2,3]. L'obiettivo è quello di fornire un procedimento risolutivo per valutare la resistenza a fatica in un caso complesso applicando i risultati del calcolo FEM, utilizzando metodi classici e applicando le normative.

**ABSTRACT.** The design of a component working with a variable amplitude load is done using experimental measurement and numerical simulation. Experimental techniques are unique to determine materials data and due to modern computer and software performance is become really usual to compute component and simulate real working conditions and loads. In this work it is shown a study of fatigue design of a real excavator arm. The problem is that the finite element result is defined at each node while classical theories and standard approach need nominal stresses. The aim of this study is to give an approach to permit a fatigue life prediction from local stress data using classical theories and standards, based on nominal stress, modern theories based instead on local stress.

**PAROLE CHIAVE:** fatica, local stress, Brown-Miller, gradiente relativo, EN13001.

---

## 1 INTRODUZIONE

L'obiettivo di questo studio è quello di determinare gli stati di sollecitazione durante diverse configurazioni di funzionamento di un braccio di escavatore per poter poi applicare alcuni diversi approcci teorici e le normative per la verifica a fatica di componenti strutturali. L'approccio numerico agli elementi finiti consente di ricavare facilmente e in tempi brevi l'andamento delle grandezze fondamentali, tensioni e deformazioni, presenti nel componente in modo da individuare le zone critiche e quindi esaminarle.

A partire dal modello CAD, il lavoro affrontato consiste dapprima nel calcolo delle forze agenti sul componente in esame e nella definizione della storia di carico secondo una serie di configurazioni individuate. Successivamente viene applicato il metodo degli elementi finiti

sviluppato in fasi successive che consistono nella preparazione del modello computazionale e nella elaborazione e valutazione dei risultati.

## 2 DEFINIZIONE DEI CARICHI E DEL CICLO DI LAVORO DEL BRACCIO

### *Analisi statica del sistema di attuatori idraulici*

L'analisi delle forze agenti sul braccio di sollevamento è fatta applicando l'equilibrio all'intero sistema braccio escavatore. Le azioni statiche risultanti derivano sia dall'azione di scavo, che dalle forze di gravità. Supponendo il braccio vincolato al corpo macchina con una cerniera cilindrica e note le spinte erogabili dai cilindri, il calcolo può essere eseguito per ogni generica configurazione di carico. Ovviamente questo metodo non rivela

la reale condizione del braccio in quanto entrano in gioco altre variabili tra le quali, il fatto che il vincolo macchina-braccio non è rigido ed inoltre che i carichi massimi possono essere limitati dalla condizione di ribaltamento o sollevamento della macchina stessa. Le forze dipendono anche da fattori quali la natura del terreno, le condizioni dello scavo e altri ancora. Pertanto svincolando il braccio di sollevamento dai cilindri e tenendo conto dei ragionamenti fatti siamo in grado di definire completamente le forze applicate, in termini di direzione, intensità e verso.

*Analisi statica del sistema di attuatori idraulici: scelta delle configurazioni di lavoro del braccio escavatore*

Il braccio, come ogni componente in genere, nel corso della sua vita utile sarà sottoposto ad un ciclo variabile di configurazioni e di carichi in funzione dell'impiego reale. In questo caso, essendo la prospettiva dello studio rivolta alla progettazione del componente, si procede definendo tre particolari configurazioni di funzionamento del braccio escavatore, che, in virtù dell'esperienza del progettista, rappresentano tre condizioni di utilizzo frequente.

*Analisi statica del sistema di attuatori idraulici: analisi del braccio di sollevamento*

Il ciclo tipico di una ruspa escavatrice, semplificato e

senza tenere conto di effetti dinamici, prevede: lo scavo, il sollevamento del materiale e per finire lo scarico. Quindi si può considerare come ipotesi che la macchina lavori secondo un ciclo di carico tipo pulsante all'origine. Tali valutazioni possono essere estese al caso in questione considerando che ciascuna condizione di carico sia seguita da una di scarico in cui tutte le forze si annullano. Nelle Fig. 2 e 3 sono mostrati gli andamenti nel tempo delle componenti delle forze esercitate dai cilindri sul braccio di sollevamento, nell'ipotesi del processo di carico pulsante appena definito.

### 3 IL CALCOLO FEM

Il braccio dell'escavatore è stato realizzato in Fe510, acciaio per impieghi strutturali e costruzioni saldate. Il braccio è stato vincolato con delle cerniere cilindriche che consentono come grado di libertà la sola rotazione attorno all'asse x.

Nella Fig. 4 è mostrata l'applicazione dei carichi al braccio nei due punti di collegamento dei cilindri. In figura è mostrata la discretizzazione dell'intero braccio. In particolare nella zona di saldatura tra la struttura principale del braccio e la flangia di attacco del cilindro di scavo la mesh è stata adeguatamente infittita e le dimensioni degli elementi diminuiscono mano a mano che

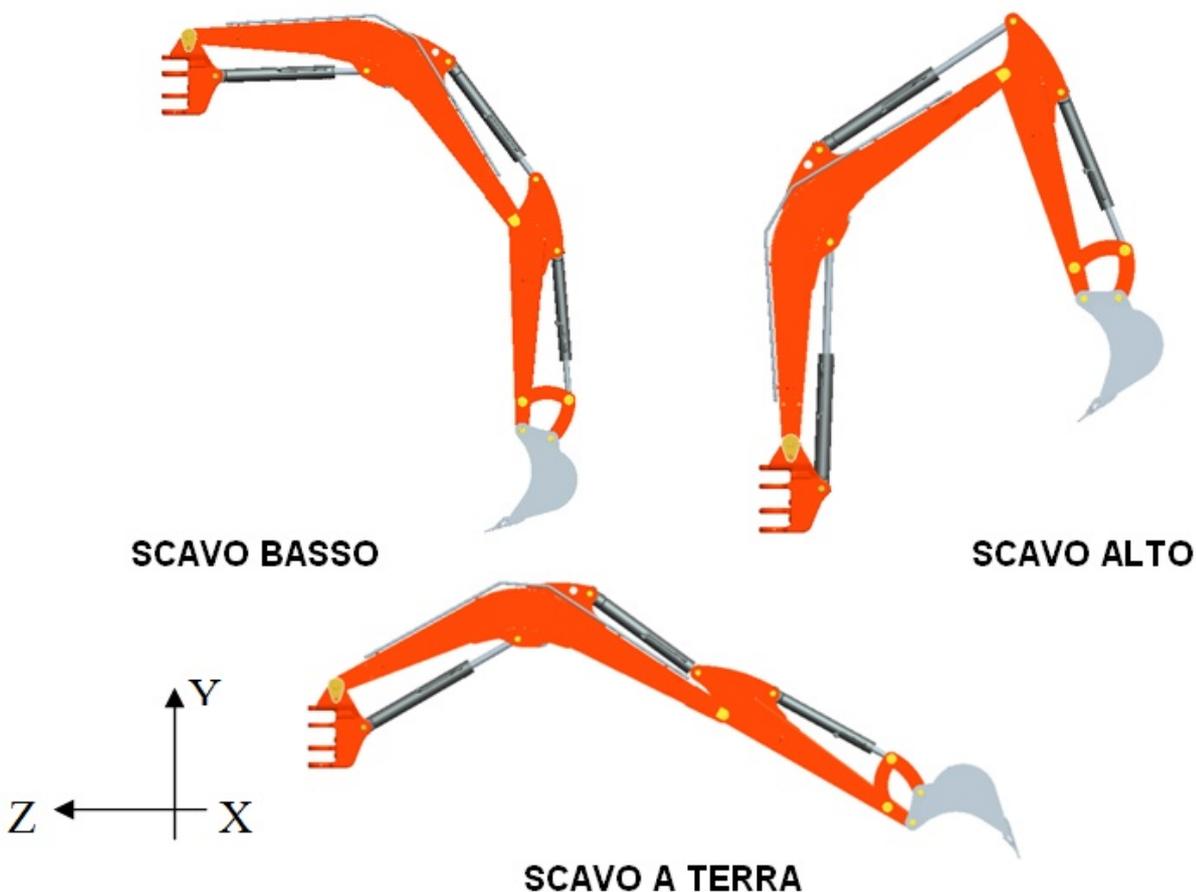


Figura 1: Configurazioni di lavoro del braccio escavatore.

ci si avvicina alla zona di discontinuità geometrica. Nelle Fig. 5-7 invece è mostrato l'andamento della tensione di Von Mises e della tensione principale massima per ciascun caso di carico. Interpretando i risultati nelle immagini, si può affermare che il punto della saldatura tra flange e lamiera superiore è quello maggiormente critico. Vale la pena osservare che tale risultato è confermato sperimentalmente da dati aziendali. Risulta infatti che in alcuni lotti con una saldatura incollata e rinforzi sottostanti non a disegno si è presentata in alcune macchine una rottura dopo poco ore di esercizio.

#### 4 ANALISI DEI RISULTATI E VALUTAZIONE DELLA RESISTENZA A FATICA

*Il calcolo a fatica secondo il criterio di Brown-Miller: definizione della storia temporale*

Il criterio di Brown-Miller, di seguito BM, stabilisce che

nel caso di fatica multi assiale la frattura si verifica sul piano critico dove giace la deformazione tangenziale massima. Il calcolo prevede l'utilizzo di equazioni formalmente analoghe al metodo classico delle deformazioni  $\epsilon$ -N, che vengono definite sulla base della conoscenza dei dati del comportamento ciclico del materiale nel caso mono assiale. Come per il metodo delle deformazioni, anche per il criterio di Brown-Miller si prendono in considerazione le grandezze, tensioni e deformazioni, locali, pertanto è ideale utilizzare i dati ottenuti dai risultati dell'analisi FEM [2]. Note le deformazioni e le tensioni principali risulta completamente definito lo stato del punto per ciascuno dei tre casi di carico. Quindi è possibile calcolare tutti i parametri da utilizzare per l'applicazione del criterio di BM.

La deformazione normale al piano dello scorrimento massimo influenza il modo in cui la cricca si propaga, ma il parametro che controlla la rottura è  $\gamma_{max}$  pertanto viene preso in considerazione per definire la storia

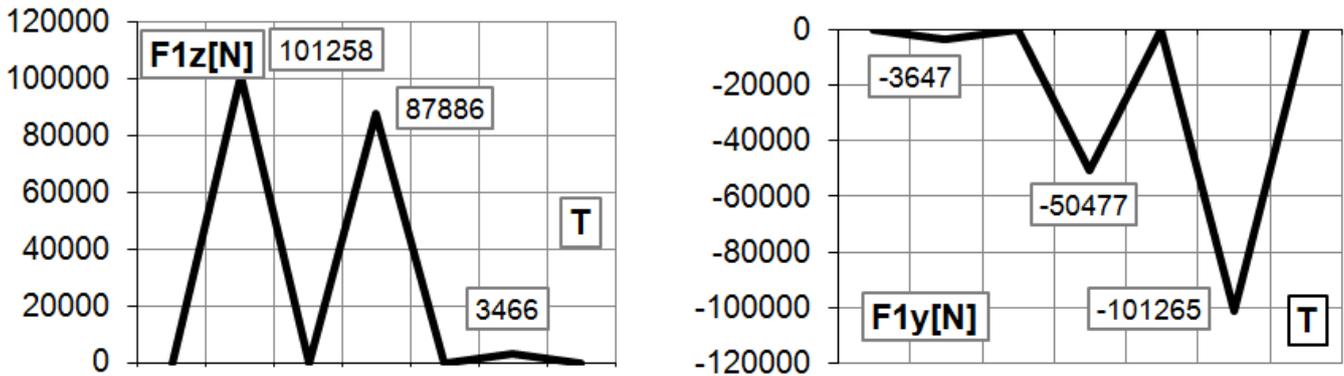


Figura 2: Andamento nel tempo delle forze esercitate dal cilindro di sollevamento.

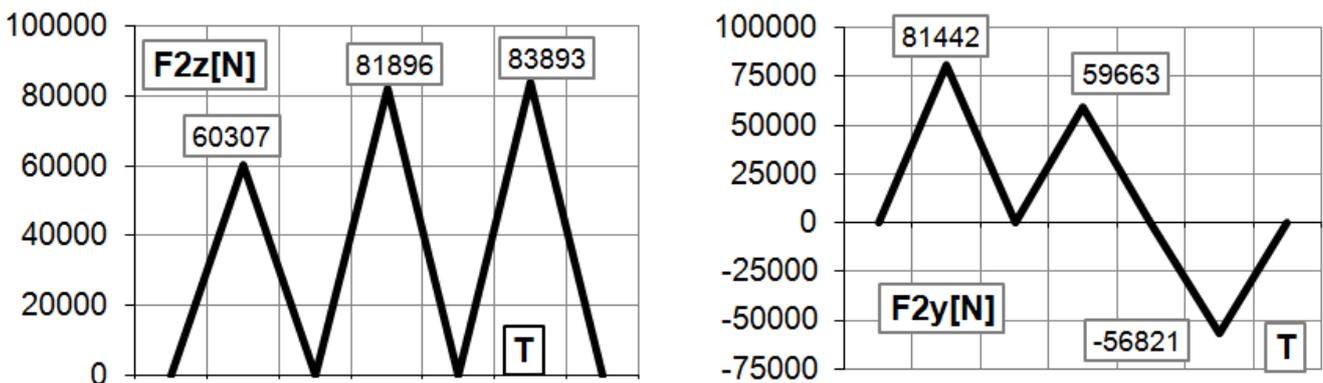


Figura 3: Andamento nel tempo delle forze esercitate dal cilindro di scavo.

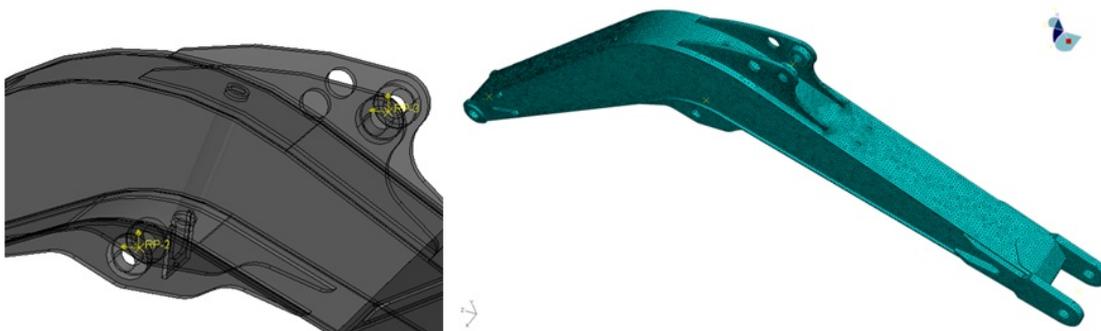


Figura 4: Imposizione dei carichi e discretizzazione.

temporale delle deformazioni alla quale deve essere applicato il criterio del Rainflow per il conteggio dei cicli. Nel caso specifico del punto in studio si è supposto che ogni fase di carico sia seguita da un rilascio, perciò, anche per la storia di deformazioni, e quindi è stato ipotizzato un processo di carico di tipo pulsante all'origine, con i picchi massimi corrispondenti alle  $\gamma_{\max}/2$ . L'applicazione del conteggio Rainflow alla storia temporale è immediata e risultano definiti tre cicli di deformazione. I delta vengono calcolati come differenza algebrica del valore del picco meno quello della valle

corrispondente alla grandezza considerata. Si osserva che nell'ipotesi di materiale isotropo e lineare le direzioni principali di deformazione coincidono con quelle di tensione, quindi, la tensione normale al piano di massimo scorrimento è stata calcolata direttamente dai risultati dell'analisi FEM come tensione normale al piano della massima tensione tangenziale.

*Il calcolo a fatica secondo il criterio di Brown-Miller: applicazione del metodo BM e calcolo del danno*  
L'equazione di Manson-Coffin riscritta in termini dei

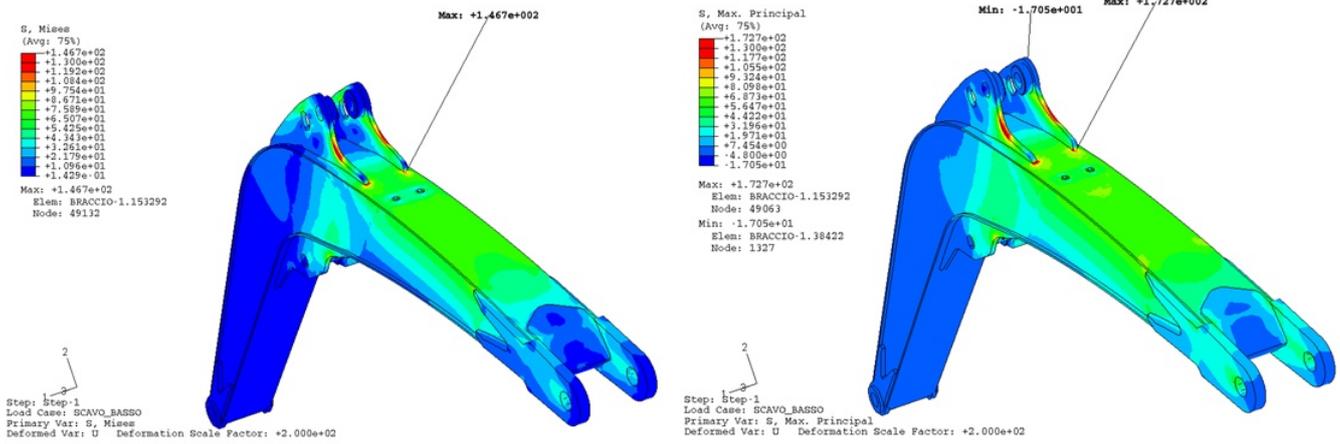


Figura 5: Tensione di Von Mises e principale massima nel caso 1 scavo alto.

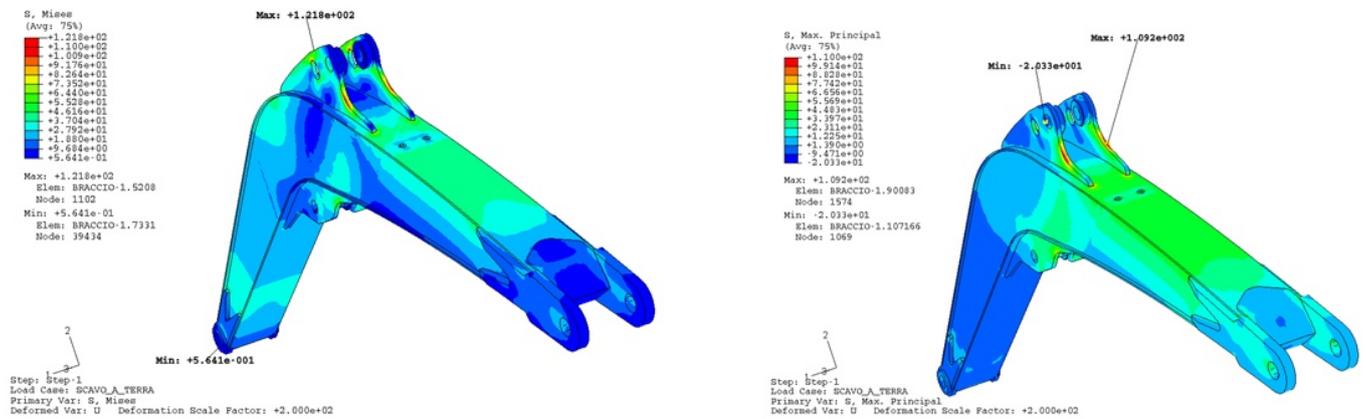


Figura 6: Tensione di Von Mises e principale massima nel caso 2: scavo a terra.

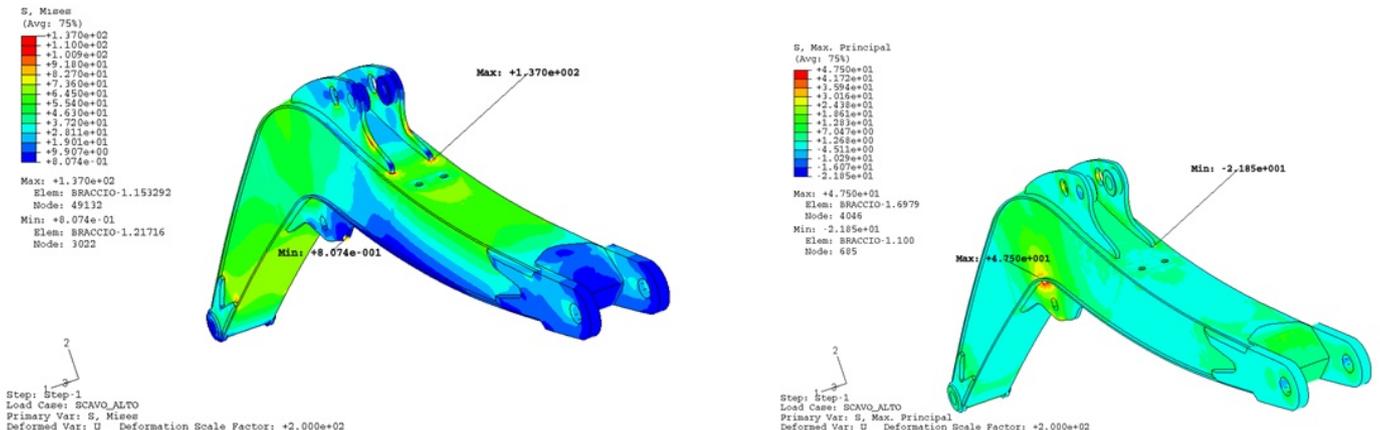


Figura 7: Tensione di Von Mises e principale massima nel caso 3: scavo alto.

delta di scorrimento massimo e delta di deformazione normale massima è data dalla relazione (1), dove:

$$\frac{\gamma_{\max}}{2} = \frac{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}}{2} \quad (2)$$

$$\varepsilon_n = \frac{\varepsilon_{\max} + \varepsilon_{\min}}{2} \quad (3)$$

$$\sigma_n = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad (4)$$

Nel primo termine del secondo membro compare anche la tensione media normale al piano di scorrimento massimo che, in analogia al caso di deformazione mono assia-

le, tiene conto dell'effetto della tensione media per la durata a fatica. E' possibile tracciare la curva di BM per ciascun ciclo e calcolare il numero di cicli a rottura (Fig 9).

Il calcolo della durata viene eseguito applicando la regola di Miner che consiste nel sommare linearmente il danno causato da ciascun ciclo di tensione individuato, ottenendo un numero di cicli totali pari a 4,71E+10.

*Il calcolo a fatica con il metodo del gradiente di tensione*

Il metodo del gradiente consente di superare i problemi legati alla definizione di un coefficiente di concentrazio-

$$\frac{\Delta\gamma_{\max}}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_n}{2} = 1,65 \frac{(\sigma'_f - 2\sigma_{n,m})}{E} (2N)^b + 1,75\varepsilon'_f (2N)^c \quad (1)$$

**Storia temporale scorrimento max**

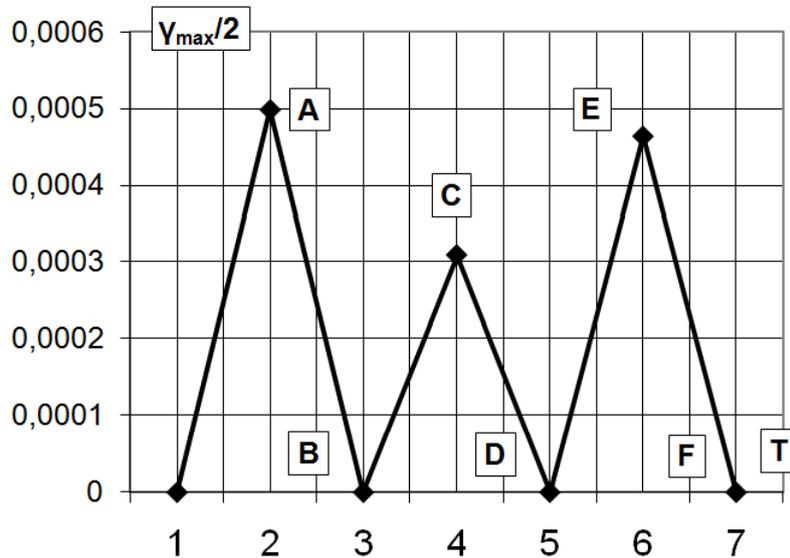


Figura 8: Successione temporale dello scorrimento massimo.

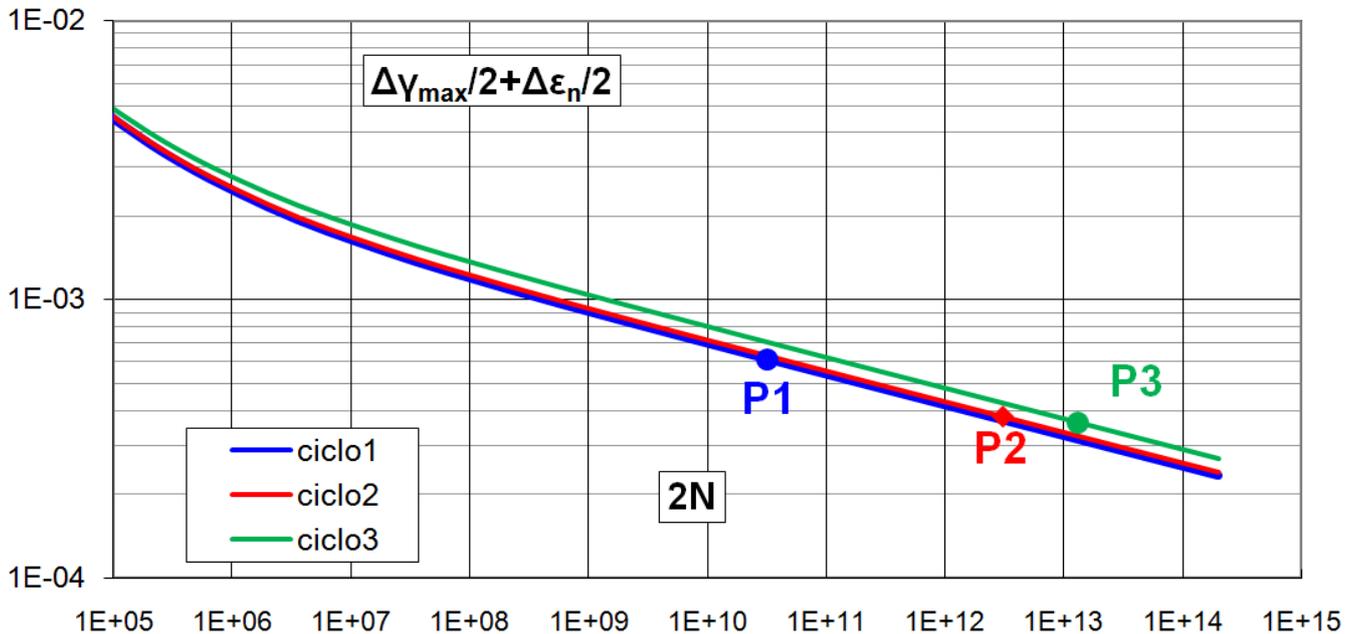


Figura 9: Curva di durata secondo il criterio di Brown-Miller.

ne delle tensioni ed una tensione nominale, in quanto, a partire dai risultati dell'analisi FEM, è possibile definire in ciascun nodo una curva SN locale in termini di tensione effettiva [4]. La teoria su cui si fonda questo metodo, è lo studio del gradiente di tensione nella sezione critica del componente calcolato lungo la direzione sullo spessore delle tensioni massime. La conoscenza del gradiente della tensione massima nella direzione di massima sollecitazione, riferito alla tensione di picco:

$$\chi' = \frac{1}{\sigma_{\max}} \frac{\Delta\sigma}{\Delta x} \quad (5)$$

Risulta essenziale per stimare la resistenza "locale" del materiale, influenzata, dalla distribuzione effettiva delle tensioni. Infatti all'aumentare del gradiente relativo, aumenta la sezione del materiale per l'effetto di supporto delle fibre prossime alle più sollecitate ma meno sollecitate.

La conoscenza del gradiente relativo e della tensione resistente del materiale misurate su un provino liscio di riferimento, consentono la stima della resistenza effettiva del materiale nel punto critico preso in considerazione, a patto che si conosca la relazione che lega tale aumento n al gradiente relativo  $\chi$  (Fig 10).

$$\sigma_{\text{lim,locale}} = \sigma_{\text{lim,riferimento}} \cdot n \quad (6)$$

$$n = f(\chi) \quad (7)$$

Il fattore di supporto, n, dipende in generale non solo dal gradiente relativo,  $\chi$ , ma anche dal tipo di materiale,  $k_D$ , il rapporto tra la tensione limite di quel materiale in due cassi elementari di riferimento,  $\sigma_{bf} / \sigma_{tf}$  individuati dai rispettivi gradienti  $2/d$  e 0.

Analizzando la variazione locale delle tensioni è possibi-

le trovare una correlazione con la durata del materiale e svincolarsi dal concetto di  $k_f$ . Al fine di studiare l'effetto gradiente in ciascuna configurazione di carico del braccio ci si mette nell'ipotesi di prescindere dalla sequenza dei carichi e di considerare ciascun ciclo di tensione in modo isolato. In questo modo i cicli di tensione non sono legati da una sequenza ma vengono presi come cicli pulsanti all'origine, in cui il termine non nullo è definito dal carico esercitato sul braccio.

*Il calcolo a fatica secondo il metodo del gradiente di tensione: calcolo del gradiente in tensione*

Il punto scelto per la verifica a fatica si trova in superficie, quindi nel calcolo del gradiente ci si limita a considerare come variano le tensioni lungo lo spessore. Il procedimento utilizzato consiste nel rilevare la tensione di Von Mises in due nodi dello stesso elemento finito, il primo in superficie, e il secondo ad una distanza " $\Delta x$ " nella sezione sotto la superficie. Note le tensioni e le coordinate spaziali dei due nodi è possibile calcolare il gradiente di tensione locale come la derivata discreta o rapporto incrementale tra i due punti scelti.

La relazione che lega il limite di fatica di un componente ad un  $\chi'$  arbitrario è descritta, nella formulazione proposta da Eichlseder, da una interpolazione esponenziale tra il limite di fatica di un provino con gradiente nullo e quello con gradiente di flessione, dove, come già detto, per poter calcolare  $\sigma_f$  è quindi necessario conoscere:

- $\sigma_{tf}$ : limite di fatica per provino liscio a trazione;
- $\sigma_{bf}$ : limite di fatica per provino liscio a flessione;
- d: diametro del provino.

L'esponente  $k_D$  è un dato del materiale che per acciai assume un valore pari a 0,3. Il limite di fatica per provino liscio a trazione può essere stimato, come nel metodo

$$\chi = \frac{\Delta\sigma}{\Delta x}$$

$$\chi' = \frac{1}{\sigma_{\max}} \frac{\Delta\sigma}{\Delta x}$$

$$\sigma_f = \sigma_{tf} \cdot \left( 1 + \left( \frac{\sigma_{bf}}{\sigma_{tf}} - 1 \right) \left( \frac{\chi'}{2/d} \right)^{k_D} \right)$$

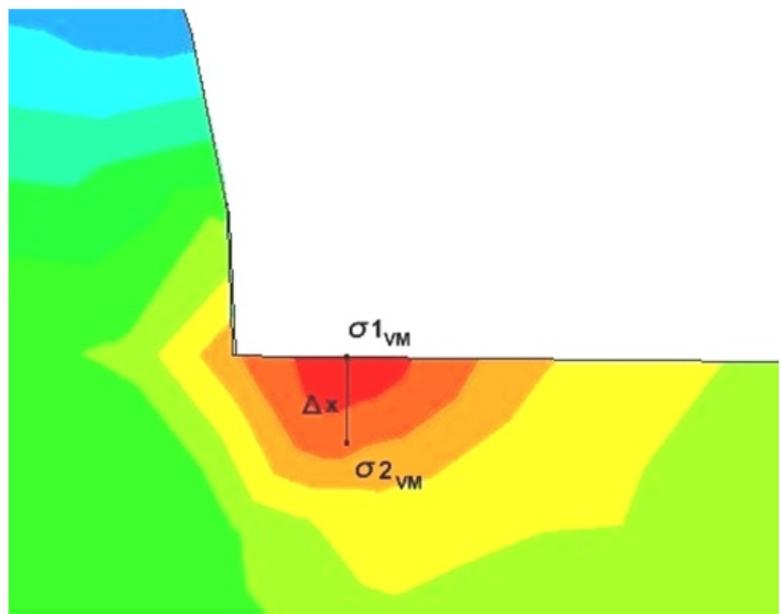


Figura 10: Gradiente di tensione.

SN, applicando l'equazione di Basquin per un numero di cicli fittizio pari a  $2 \cdot 10^6$ . Noto  $\sigma_{ft}$ , e, non possedendo nessun dato circa il provino caricato a flessione, possiamo considerare che nel caso di ciclo di carico assiale a trazione-compressione, il limite di fatica può variare di un fattore pari a 0,75 volte il limite di fatica a flessione rotante, quindi:

$$\sigma_{bf} \cong \frac{1}{0,75} \sigma_{tf} \quad (8)$$

Mediante il calcolo ad elementi finiti si ottiene l'ampiezza di tensione effettiva, quindi la  $\sigma_f$  si ricava applicando il metodo del gradiente, come indicato in Fig. 10. A questo punto per definire la curva di resistenza a fatica mancano due parametri: il coefficiente  $k$  e il numero di cicli al limite di fatica  $N_D$ . Questi due coefficienti sono calcolati con una equazione empirica che interpola con andamento esponenziale due punti noti, rispettivamente per  $k$  e  $N_D$ : il primo punto con gradiente nullo e il secondo a gradiente elevato. Ciò richiede di conoscere il comportamento a fatica di un provino liscio e di un provino con un gradiente non nullo, ad esempio un provino sollecitato a flessione (Fig. 11).

Le relazioni che legano  $k$  e  $N_D$ , rispettivamente la pendenza e il numero di cicli al limite di fatica, per il materiale con un generico gradiente a quelli delle due curve prese a riferimento, sono, secondo la teoria di

Eichlseder, quelle riportate nelle relazioni (9) e (10)

$$k = k_{\min} + \frac{k_{\max} - k_{\min}}{n_{\chi}^{k_k}} \quad (10)$$

dove gli esponenti  $k_k$  e  $k_n$  sono dati di natura sperimentale che per acciai assumono rispettivamente un valore pari a 6,3 e 2,9.

Dove i valori con pedice max e min si riferiscono rispettivamente alle curve SN con gradiente minimo e con gradiente massimo.

*Il calcolo a fatica secondo il metodo del gradiente di tensione:* definizione dei cicli di tensione e calcolo della durata

Applicando il metodo del gradiente è possibile calcolare la durata  $a$  per un generico componente. Tutti gli effetti dimensionali e di intaglio vengono considerati nelle curve SN locali con il calcolo del gradiente, scompaiono tutti i coefficienti correttivi ed è immediata l'applicazione del metodo delle tensioni. Pertanto anche in questo caso viene applicata la correzione di Morrow per tenere conto dell'effetto della tensione media. Note le curve SN locali nei tre casi di carico, è possibile ricavare il numero di cicli a rottura per ciascuna ampiezza di tensione.

In Fig. 12 sono rappresentate le curve di durata per provino liscio e quelle calcolate con il metodo del

$$\log(N_D) = \log(N_{D\min}) + \frac{\log(N_{D\max}) - \log(N_{D\min})}{n_{\chi}^{k_n}} \quad (9)$$

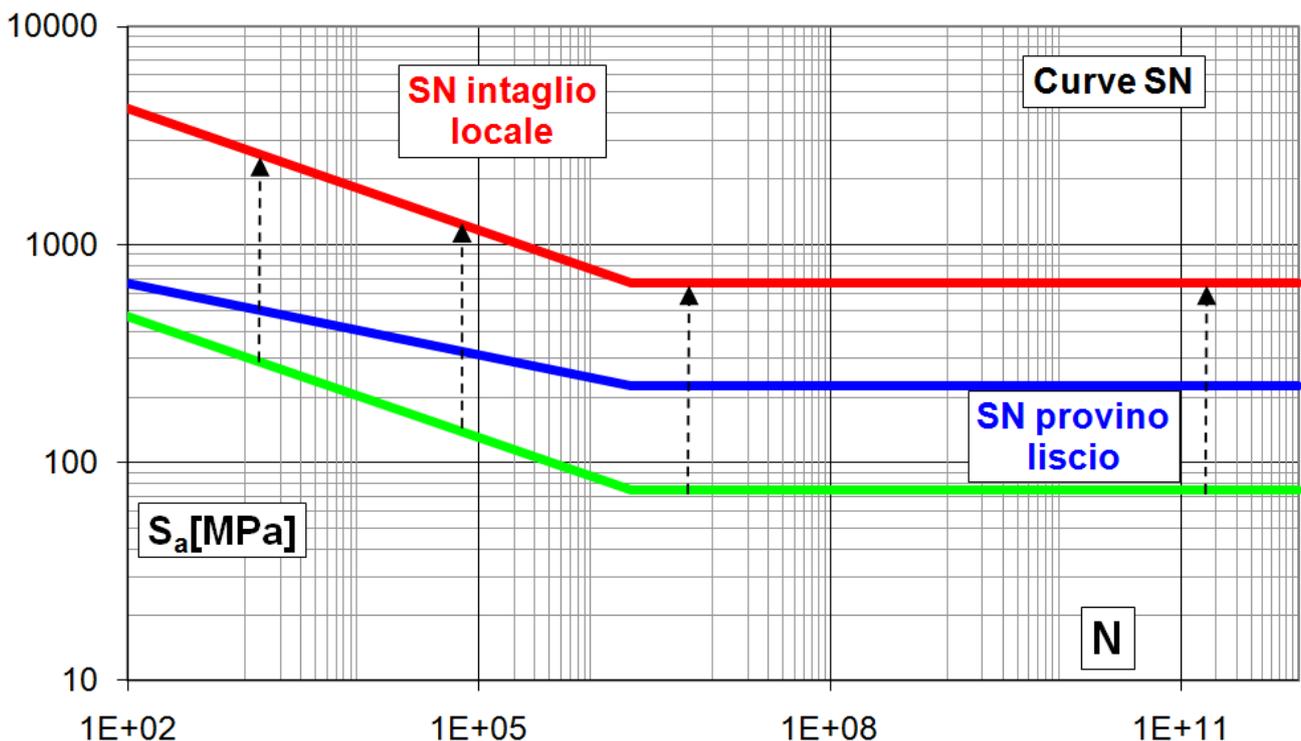


Figura 11: Curva SN locale.

gradiente, secondo il modello di Dolan. Si può osservare che non esiste una apprezzabile differenza tra le curve SN locali nei tre casi di carico; infatti sono quasi coincidenti. Ciò è giustificato dal fatto che il gradiente di tensione specifico non differisce molto nei tre casi. Il calcolo della durata viene eseguito applicando la regola di Miner che consiste nel sommare linearmente il danno causato da ciascun ciclo di tensione individuato, ottenendo il risultato di  $7,67E+9$  cicli a rottura.

*Verifica a fatica secondo la norma 13001*

La EN 13001, [5,6,7], imposta il calcolo a fatica come una verifica tra il delta di tensione nominale massimo del ciclo applicato al componente e il delta ammissibile calcolato secondo le modalità previste dalla norma. Le storie di tensione caratterizzate dal medesimo valore del parametro di storia delle tensioni,  $s$ , sono considerate, di fatto, come equivalenti, ovvero, a parità di materiale contribuiscono ad un uguale danneggiamento del componente. Infatti, dal punto di vista fisico, il parametro  $s$  è funzione del numero di cicli equivalente, nell'ipotesi di prendere come tensione equivalente la massima ampiezza di tensione dello spettro. Noto il parametro di storia delle tensioni e individuata la classe di intaglio del particolare strutturale, è possibile definire la tensione ammissibile a fatica. Nel caso di stato di tensione multi assiale la norma prevede che si verifichi separatamente ciascuna componente di tensione. I risultati ottenuti dal calcolo ad elementi finiti ci permettono di conoscere le tensioni principali agenti nel punto in esame, pertanto la verifica verrà applicata separatamente ai cicli definiti dalle tensioni principali.

La verifica a fatica richiede la conoscenza dei  $\Delta$  di tensione calcolati secondo la teoria della scienza delle costruzioni, quindi anche per la EN 13001 vengono prese in considerazione le tensioni nominali. Gli eventuali effetti di concentrazione delle tensioni sono tenuti in conto dalla tensione limite di progetto  $\Delta\sigma_c$  definita per ciascun particolare costruttivo contemplato nella norma. Tale valore caratteristico rappresenta il limite di fatica per carico di ampiezza costante ad un numero di cicli di riferimento pari a  $2 \cdot 10^6$ . Ad ogni particolare strutturale corrisponde una linea S-N definita da:  $\Delta\sigma_c$  limite di fatica per  $N = 2 \cdot 10^6$  cicli e  $m$ , inverso negativo della pendenza della curva SN avente valore 3 o 5; risulta  $\Delta\sigma_c = 100$  e  $m = 3$ .

*Verifica a fatica secondo la norma 13001: definizione del parametro di storia delle tensioni  $s(m)$*

L'analisi e la classificazione della storia delle tensioni è molto dettagliata pertanto risulta essere l'operazione più complessa e dispendiosa nell'applicare la norma. Per semplificare la comprensione di questo processo vengono distinti i seguenti passaggi.

1) Definizione della storia di tensione nominale

I cicli vengono tracciati per le due tensioni principali nominali. Si ipotizza un ciclo di carico pulsante all'origine con i picchi massimi e minimi definiti dalle tensioni rilevate dal calcolo FEM seguiti da una fase di scarico a tensione nulla. Le tensioni nominali sono state calcolate come somma della componente membranale e flessionale delle tensioni linearizzate [8-11].

2) Conteggio Rainflow e rappresentazione a due parametri della storia di tensione

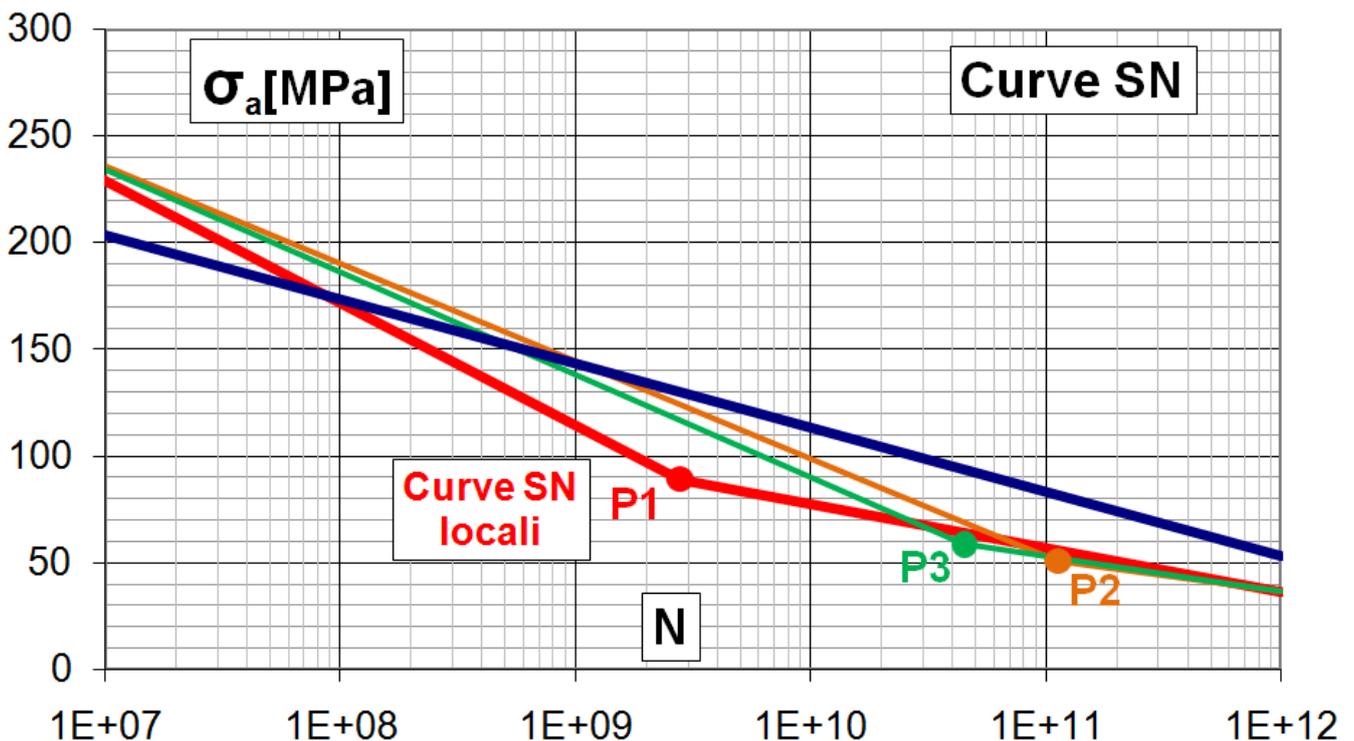


Figura 12: Curve SN calcolate con il metodo del gradiente di tensione.

Attraverso il conteggio Rainflow è possibile definire in modo univoco ciascun ciclo di tensione in termini di ampiezza  $\sigma_a$  e tensione media  $\sigma_m$ . La normativa rappresenta la storia di tensione in funzione di due parametri  $\sigma_{a,i}$  e  $\sigma_{m,j}$  correlati alla frequenza  $n_{ij}$ . I cicli risultanti dal conteggio sono registrati in una matrice, matrice rainflow, che riporta nelle righe le ampiezze di tensione e nelle colonne i valori medi di ciascun ciclo, l'incrocio tra la riga i-esima e la colonna j-esima è la frequenza con cui la coppia di valori individuata si ripete durante la storia di tensione.

3) Rappresentazione ad un parametro della storia di tensione

Generalmente i dati relativi alla resistenza a fatica sono presentati per tensioni medie  $\sigma_m$  costanti oppure per rapporti di carico  $R = \sigma_{min} / \sigma_{max}$  costanti (di solito  $R = -1$  oppure  $0$ ).

Il diagramma di Haigh mette in relazione le ampiezze di tensione con la tensione media per un fissato numero di cicli, sfruttando tale relazione, e fissando la tensione media o il rapporto di carico costante, è possibile

trasformare la rappresentazione a due parametri in una ad un unico parametro. Nel caso in esame si è fissato per ipotesi un rapporto di carico  $R=0$  costante. È necessario definire il diagramma di Haigh e il numero di cicli  $N$ . Non conoscendo la vita di progetto del componente in esame si può porre come ipotesi  $N$  uguale a  $2 \cdot 10^6$  cicli e definire il limite di fatica per  $R = -1$  pari al  $\Delta\sigma_c/2$  del particolare costruttivo senza intaglio con il limite di fatica più alto. Tale ipotesi è giustificata dal fatto che il  $\Delta\sigma_c$  più alto può essere preso come stima del limite di fatica di un provino liscio sul quale definire il diagramma di Haigh. I restanti parametri sono quelli propri del materiale.

4) Definizione di  $s(m)$  e classificazione della storia di tensione

Basandosi su una rappresentazione ad un parametro della storia delle tensioni il parametro  $s$  risulta definito dalla seguente relazione:

$$s = v \cdot k \tag{11}$$

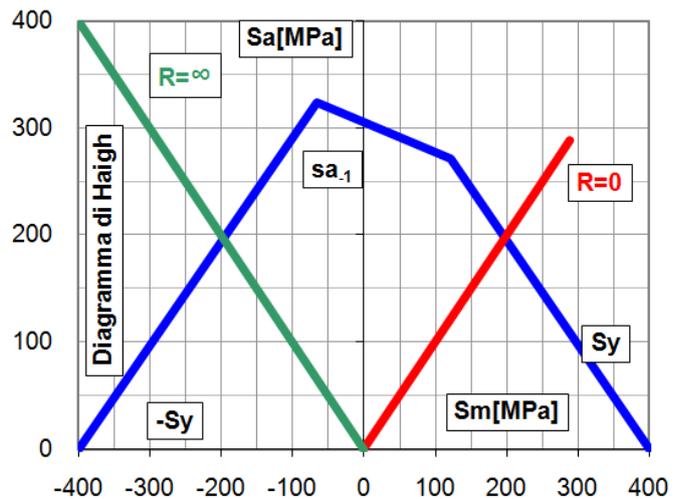
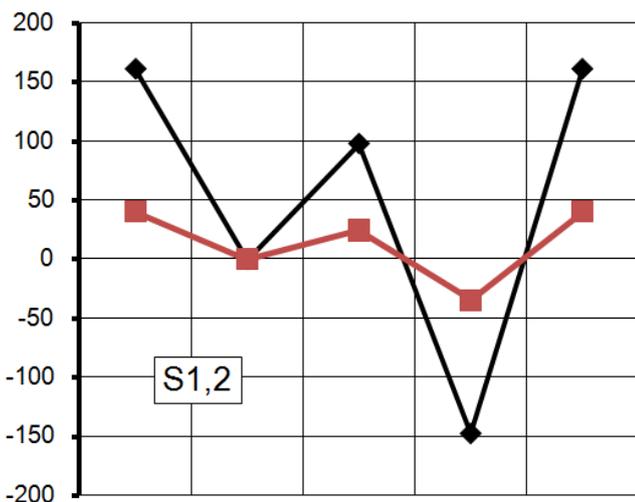


Figura 13: Storia temporale di tensione nella direzione principale 1 e 2. Diagramma di Haigh.

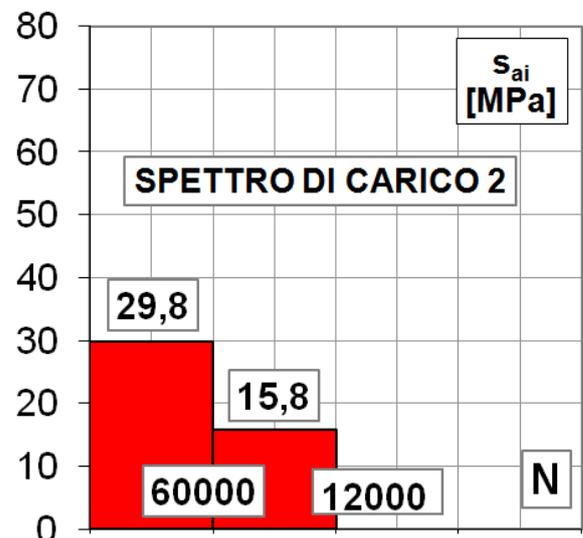
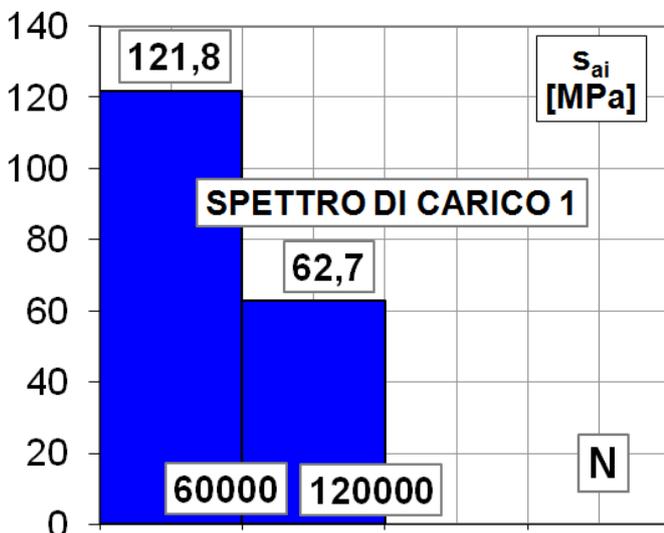


Figura 14: Rappresentazione ad un parametro della storia di tensione principale 1 e 2.

con:

$$k = \sum_i \left[ \frac{\sigma_{a,i}(R)}{\hat{\sigma}_a(R)} \right]^m \cdot \frac{n_i(R)}{\hat{n}} \quad (12)$$

$$v = \frac{\hat{n}}{N_D} \quad (13)$$

dove:

k: fattore di spettro di tensione;

$\hat{n} = \sum n_i(R)$  numero totale di cicli di tensione;

$N_D = 2 \cdot 10^6$  numero di cicli di riferimento

$\hat{\sigma}_a(R)$  massima ampiezza di tensione per R costante.

Noto  $s(m)$  è possibile definire la classe S di appartenenza del componente. Il modello di danneggiamento della norma si basa sulla conoscenza di S o  $s(m)$  attraverso i quali si può calcolare il limite di fatica specifico in funzione dello spettro di tensione. Tutti i componenti appartenenti alla stessa classe S sono equivalenti dal punto di vista del danneggiamento a fatica. Si osserva che le affermazioni fatte in precedenza si giustificano per il fatto che il prodotto  $k \cdot v = s$  rappresenta il numero di cicli equivalente relativo rispetto a  $N_D$  (relazione (14)).

Il numero di cicli equivalente è definito nell'ipotesi del danneggiamento di Miner, quindi nel caso di membri appartenenti alla stessa classe S è lecito parlare di danno equivalente.

*Verifica a fatica secondo la norma 13001: verifica a fatica con il metodo del delta equivalente*

La normativa prevede che deve essere soddisfatta la relazione  $\Delta\sigma_{Sd} \leq \Delta\sigma_{Rd}$  dove  $\Delta\sigma_{Sd} = \max(\max\sigma - \min\sigma)$  indicando con  $\max\sigma$  e  $\min\sigma$  i valori estremi dei cicli di tensione calcolati con il Rainflow e  $\Delta\sigma_{Rd}$  il delta ammissibile a fatica. Noto il parametro di storia delle tensioni  $s(m)$  il delta ammissibile a fatica è definito da:

$$\Delta\sigma_{Rd} = \frac{\Delta\sigma_c}{\gamma_{mf} \cdot \sqrt[m]{s(m)}} \quad (15)$$

dove  $\gamma_{mf}$  è il fattore di resistenza a fatica che nel particolare caso in esame è stato scelto pari ad uno.

*Verifica a fatica secondo la norma 13001: numero di cicli totali e applicazione della regola di Miner*

La norma EN 13001 imposta il calcolo a fatica come una verifica tra il delta massimo dello spettro di tensione calcolato e il delta ammissibile. Per applicare questo metodo si devono avere numerose informazioni sia

sull'andamento dei carichi nel tempo, ma soprattutto sulla vita di progetto della macchina. Visto che la norma definisce una curva SN specifica del particolare costruttivo e applicando la regola di Miner è possibile estrapolare il numero di cicli totali. Il calcolo viene esteso solo alla storia di tensione principale uno, in quanto risulta essere definita dai delta di tensione più ampi che causano un maggiore danneggiamento e sicuramente una durata complessiva più breve.

#### *Confronto e interpretazioni dei risultati ottenuti*

Il confronto dei risultati conseguiti nei differenti metodi, per alcuni dei quali, metodo delle tensioni, SN, DIN 15018, [12] e UNI CNR 10011, [13,14], si mostra solo il risultato, è effettuato in funzione della durata, calcolata in numero di cicli, del componente in esame.

In Fig. 15 è mostrato un istogramma in scala logaritmica che pone a confronto il numero di cicli. Il criterio di Brown-Miller, ovvero l'analisi della fatica multiassiale secondo la teoria della deformazione locale, è evidenziato in rosso, in quanto il risultato del calcolo fornisce il numero di cicli più alto fra tutti i metodo di calcolo utilizzato. Viceversa la normativa EN 13001 risulta quella per cui si ottengono le durate minori.

Al di là di questa prima osservazione, l'andamento degli istogrammi fa notare come i risultati siano spaccati in due gruppi. Da una parte le teorie di calcolo (SN, BM, SG) stabiliscono una durata che è circa dell'ordine di grandezza di  $10^{10}$  cicli; dall'altra le normative (DIN, UNI, EN) per le quali la durata è molto minore ed è fissata ad un ordine di grandezza di 105 cicli.

Questo risultato è senza dubbio molto interessante e significativo, pertanto facciamo le seguenti considerazioni:

- le normative sono più conservative. Benché non siano stati utilizzati dei coefficienti di sicurezza dei valori ammissibili o di maggiorazione per i carichi, le norme stabiliscono un risultato di gran lunga più conservativo rispetto le teorie di calcolo;

- numero di cicli ammissibili vs numero di cicli a rottura. I metodi teorici sulla fatica definiscono le curve di durata in funzione del numero di cicli a rottura del componente. Al contrario le normative parlano di numero di cicli ammissibili;

- normativa a carattere generale. Le norme per definizione devono essere di carattere generale per guidare l'utente alla progettazione e verifica delle strutture. Pertanto i particolari strutturali si riferiscono a delle condizioni di intagli generalizzati, diversamente le

$$s = k \cdot v = \left[ \sum \left( \frac{\sigma_{ai}}{\hat{\sigma}_a} \right)^m \cdot \frac{n_i}{\hat{n}} \right] \cdot \left[ \frac{\hat{n}}{N_D} \right] = \sum \left( \frac{\sigma_{ai}}{\hat{\sigma}_a} \right)^m \cdot \frac{n_i}{N_D} = \frac{n_{eqv}}{N_D} \quad (14)$$

teorie applicate tendono ad analizzare la fatica dal punto di vista locale collegando l'andamento delle tensioni al particolare reale;

- aspetto legale. Bisogna tenere presente anche l'aspetto legale che sta dietro la norma, nel senso che la norma protegge il progettista.

In conclusione si può dire che le teorie SN, BM, SG danno una previsione di durata volta a sfruttare di più le proprietà resistenziali del materiale mentre le norme DIN, UNI, EN danno un progetto più conservativo nel rispetto della sicurezza e della tutela del progettista.

## 5 BIBLIOGRAFIA

[1] Ralph I. Stephens, Ali Fatemi, Robert R. Stephens, Henry O. Fuchs, *Metal Fatigue in Engineering*, New York, J. Wiley & Sons (1980, 2<sup>nd</sup> edition 2001).

[2] John Draper, *Modern Metal Fatigue Analysis*, Birmingham (2007).

[3] Alessandro Freddi, *Analisi Sperimentale delle Tensioni*, Bologna, Facoltà di Ingegneria Meccanica, dispense del corso di Meccanica Sperimentale (2004-05).

[4] Wilfried Eichseder, Heinz Leitner, *Fatigue analysis by local stress concept based on finite element result*, A-8700 Leoben, Austria, University of Leoben, Institute of Mechanical Engineering (2002).

[5] UNI EN 13001-1, *Apparecchi di sollevamento – Criteri generali per il progetto: principi e requisiti generali*, Milano, Ente Nazionale Italiano di

Unificazione (2005).

[6] UNI EN 13001-2, *Apparecchi di sollevamento – Criteri generali per il progetto: azioni dei carichi*, Milano, Ente Nazionale Italiano di Unificazione (2004, AC: 2006).

[7] UNI EN 13001-3-1: 2005, *Apparecchi di sollevamento – Criteri generali per il progetto: stati limite e verifica della sicurezza delle strutture in acciaio*, Milano, Ente Nazionale Italiano di Unificazione (2004, AC: 2006).

[8] P. Dong, *International Journal of Fatigue*, 23 (2001) 865-876.

[9] Hiroko Kyuba, Pingsha Dong, *International Journal of Fatigue*, 27 (2005) 85-94.

[10] ASME VIII Div. 2, *Boiler and pressure vessel code*, New York, The American Society of Mechanical Engineers (2004 edition)

[11] Davide Martini, *Calcolo automatico dei recipienti in pressione*, Bologna, Pitagora editrice Bologna (1999).

[12] DIN 15018, *Steel structures – verification and analyses*, Berlin, Deutsches Institut für Normung (1974; edition 1984).

[13] CNR 10021-85, *Strutture di acciaio per apparecchi di sollevamento: Istruzioni per il calcolo, l'esecuzione, il collaudo e la manutenzione*, Bollettino Ufficiale (Norme Tecniche), Anno XXII – N. 127 - 18-5-1988.

[14] CNR UNI 10011, *Costruzioni di acciaio: Istruzioni per il calcolo, l'esecuzione, il collaudo e la manutenzione*, Milano, Ente Nazionale Italiano di Unificazione, 1963, (edizione 1988).

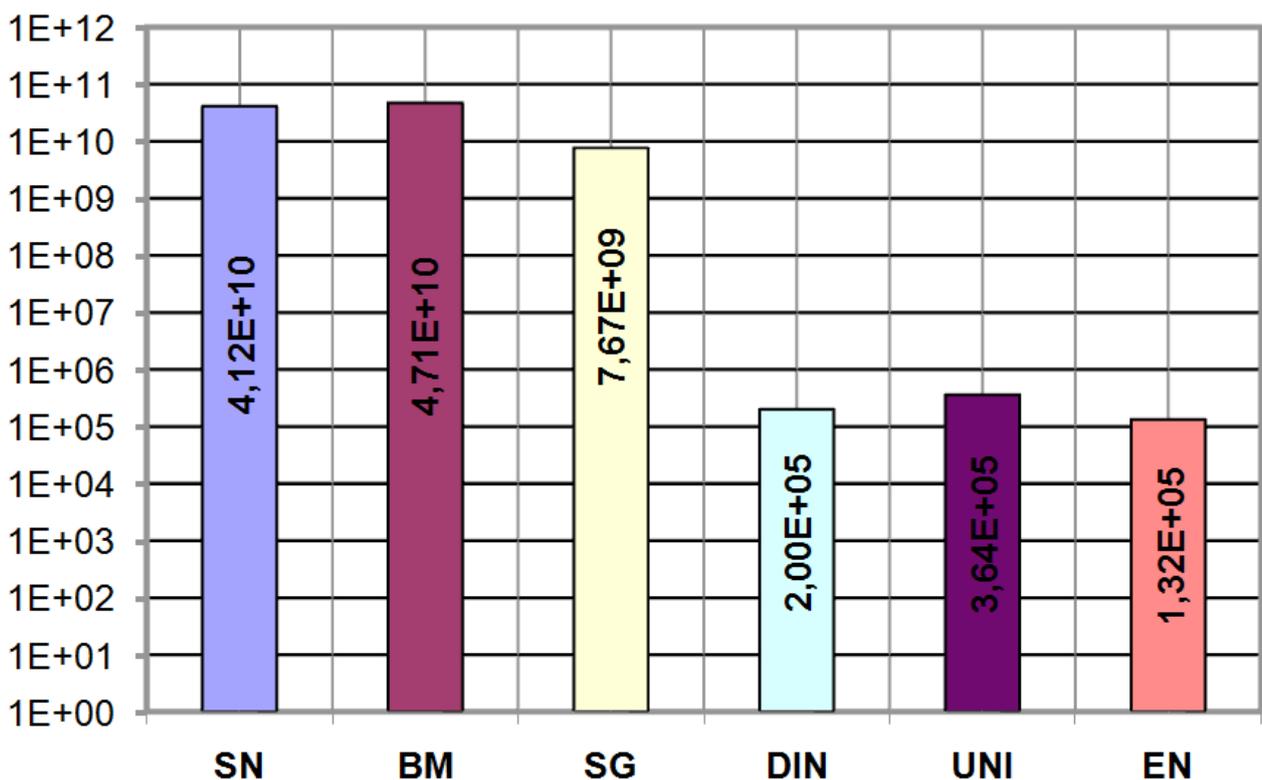


Figura 15: Confronto dei risultati ottenuti nei differenti metodi di calcolo.