

# IMPIEGO DEI CRITERI DI FATICA MULTIASSIALE APPLICATI ALLA FATICA DA CONTATTO PER ROTOCOLAMENTO CON MATERIALI CONTENENTI DIFETTI

*H. Desimone<sup>1</sup>, A. Bernasconi<sup>1</sup>, S. Beretta<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Politecnico di Milano, Dipartimento di Meccanica, Via La Masa 34, 20156 Milano  
E-mail: [hernan.desimone@polimi.it](mailto:hernan.desimone@polimi.it); [andrea.bernasconi@polimi.it](mailto:andrea.bernasconi@polimi.it); [stefano.beretta@polimi.it](mailto:stefano.beretta@polimi.it)

## SOMMARIO

La verifica di componenti soggetti a fatica da rotolamento comporta la valutazione della resistenza a fatica in stato di sforzo composto. L'impiego dei criteri di resistenza a fatica trova vasto impiego in questo settore, tuttavia si pone il problema di identificare i parametri che intervengono nelle formule dei criteri. Questo processo di identificazione è reso più critico dall'eventuale presenza di difetti quali inclusioni o microvuoti. Recentemente diversi criteri di fatica multiassiale sono stati valutati per un materiale temprato e rinvenuto. A questo scopo, prove di fatica mono-assiale con diversi rapporto di ciclo sono state eseguite per identificare i parametri dei diversi criteri. Sono stati utilizzati provini con e senza difetti. I risultati ottenuti con i provini privi di difetti mostrano che la parte del diagramma di Haigh relativa a sforzi medi di compressione, che corrispondono al caso degli sforzi di contatto, non sempre è riprodotta correttamente. Inoltre, quando si simuli la presenza di difetti mediante l'esecuzione di micro-fori sulla superficie dei provini, si riscontra che anche alcuni criteri, che riproducono correttamente il comportamento dei provini privi di difetti, non si adattano invece al caso in cui vi siano difetti, soprattutto per valori di sforzo medio negativi.

## 1. INTRODUZIONE

La fatica ad alto numero di cicli generata da contatti mobili riveste una particolare importanza per applicazioni industriali quali le camme, le ruote dentate, i cuscinetti a sfere ed il sistema ruota-rotaia. La fatica da contatto per rotolamento è un problema di fatica multiassiale, dove si registra la presenza di tutte e sei le componenti del tensore degli sforzi, che variano nel tempo generando percorsi di carico non proporzionali. Per questo motivo, accanto al problema di determinare gli sforzi di contatto, superficiali e sotto-superficiali, e la distribuzione degli sforzi residui, l'impiego di criteri di resistenza a fatica risulta cruciale per la verifica di questi componenti. Allo stato attuale manca ancora un approccio affidabile al problema.

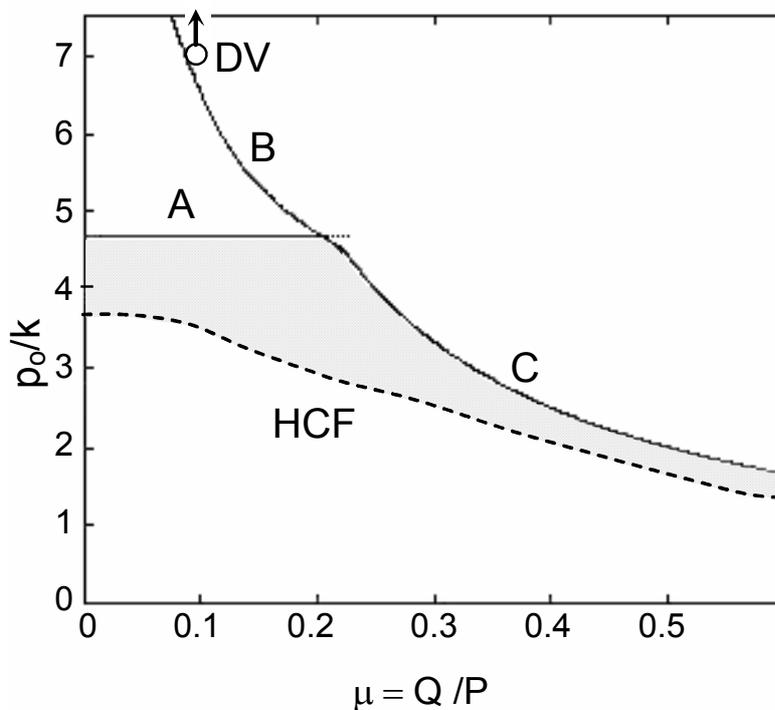
Negli ultimi anni sono stati pubblicati numerosi lavori riguardo all'impiego del criterio di Dang Van [1-2] ed altri criteri a casi di fatica da contatto [3-5]. Questo approccio è stato messo in discussione [6] mediante il raffronto delle mappe di *shakedown* con le previsioni del criterio di Dang Van.

Le mappe di *shakedown*, ampiamente descritte da Johnson [7] e disponibili per contatti bi- e tri-dimensionali, riportano in funzione del rapporto  $\mu$  tra il carico orizzontale  $Q$  e quello

verticale P, i valori del rapporto  $p_0/k$  tra valore massimo della pressione hertziana ed il limite di snervamento a taglio corrispondenti all'instaurarsi di:

- una risposta elastica, per mancato superamento del limite di snervamento oppure per effetto dell'adattamento al campo elastico lineare (*elastic shakedown*), rappresentata dall'area sottesa dalle linee A e C di Figura 1
- una risposta stabilizzata in campo plastico (*plastic shakedown*), rappresentata dall'area compresa tra le linee B ed A di figura 1.
- l'accumulo irreversibile di deformazioni plastiche (*ratchetting*), rappresentato dall'area sovrastante le linee A e c di Figura 1.

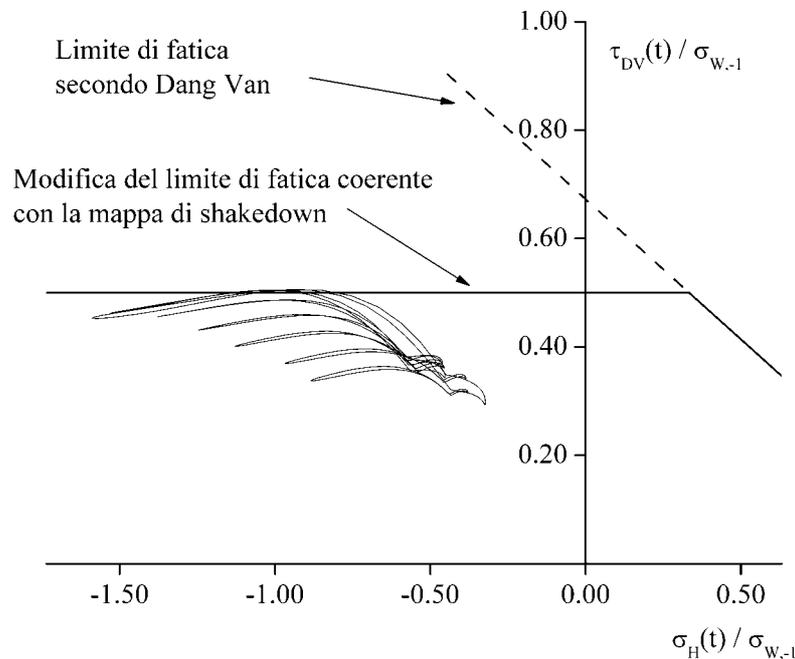
Quando il materiale si adatta al campo elastico si registra anche l'instaurarsi di un campo di sforzi residui. Tuttavia una risposta in campo elastico non implica l'assenza di danno per fatica, come del resto si può osservare nelle comuni prove di fatica monoassiale, dove il limite di fatica si posiziona al di sotto del limite di snervamento. Questa possibilità è indicata in maniera qualitativa dall'area campita in Figura 1.



**Figura 1:** Mappa di shakedown per un contatto per rotolamento con attrito di una sfera su semispazio elastico.

Il criterio di Dang Van prevede di condensare le storie temporali delle componenti del tensore degli sforzi in due funzioni scalari del tempo,  $\tau_{DV}$  e  $\sigma_H$ . Per sforzi periodici, queste due funzioni generano una curva chiusa nel piano  $\tau_{DV}$   $\sigma_H$ . Il dominio corrispondente al limite di fatica è rappresentato dall'area sottostante una retta avente pendenza negativa, nella quale tutti i punti della curva dovranno risultare inclusi. Nel caso di fatica da rotolamento, in funzione della distanza dalla superficie di contatto questa curva assume le forme di Figura 2. Le curve dei Figura 2 sono state ottenute per un contatto di una sfera su un semispazio; l'area di contatto ha un raggio di 1 mm ed il rapporto  $\mu$  tra il carico tangenziale e quello normale è pari a 0,1 ed il carico normale genera una distribuzione di pressioni caratterizzata da  $p_0/k = 3,5$ .

Gli sforzi di contatto sono stati valutati mediante le equazioni di Sackfield et al. [9]; gli sforzi residui sono stati stimati applicando il metodo proposto da Hills e Sackfield [10].



**Figura 2:** Applicazione del criterio di Dang Van ad un caso di rotolamento con attrito, contatto sferico di raggio 1 mm,  $\mu=0.1$  e  $p_0/k = 3,5$ .

Dalla Figura 2 si può osservare come la curva ottenuta per  $p_0/k = 3,5$  si posizioni ben al di sotto della retta limite prevista da Dang Van. Ciò significa che per raggiungere le condizioni limite è necessario incrementare il carico normale, fino a superare il valore di  $p_0/k = 7$ . Ciò è apertamente in contrasto con la mappa di *shakedown* di Figura 1, dove si può osservare che il punto caratterizzato da  $p_0/k = 7$  cade nella regione al limite tra *plastic shakedown* e *ratcheting*. Un risultato più accettabile e in accordo con la mappa di Figura 1 si ottiene invece modificando il dominio limite del criterio di Dang Van, assumendo che la pendenza della retta limite nel quadrante delle  $\sigma_H$  negative sia nulla.

Questa modifica ha richiesto una verifica sperimentale. Solitamente la calibrazione delle costanti che intervengono nel criterio di Dang Van viene effettuata sulla base di prove di fatica relativamente semplici, come per esempio la trazione-compressione e la torsione alternata, entrambe caratterizzate da un rapporto di ciclo  $R = -1$ . Tuttavia Peridas e Hills [11] hanno messo in evidenza la necessità di appoggiarsi ai risultati di un maggior numero di prove, al fine di migliorare la precisione della stima dei parametri. Per applicazioni di fatica da contatto risultano particolarmente significative le prove di fatica monoassiale condotte con rapporti di ciclo inferiori a  $R = -1$ .

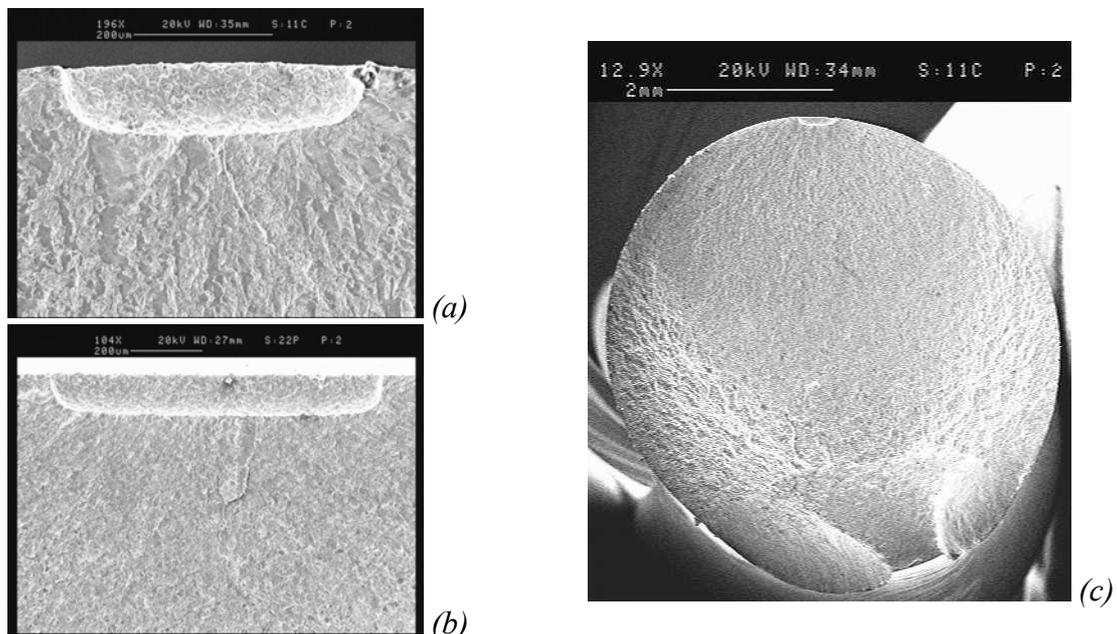
Le considerazioni fin qui fatte valgono per materiali privi di difetti (inclusioni, micro-vuoti, ecc.). Per quanto riguarda invece i materiali contenenti difetti, allo stato attuale non sono stati proposti metodi di verifica a fatica multiassiale impiegabili per problemi di fatica da contatto, nonostante l'importanza del ruolo delle inclusioni nelle applicazioni di questo tipo si ben nota.

Finora sono state proposte soltanto regole pratiche, come per esempio quelle riguardanti la pericolosità della presenza di inclusioni di calcio nei confronti della resistenza alla fatica da rotolamento [12, 13]. In un precedente lavoro [14] è stato mostrato che per il caso di carico assiale e torsione combinate ed in fase, il criterio di Dang Van è equivalente ad un criterio basato sulla meccanica delle cricche corte e Nadot e Denier [15] hanno proposto un criterio di fatica multiassiale che integra il criterio di Dang Van con la teoria di Murakami sulla propagazione per fatica delle cricche corte. Come per i materiali privi di difetti, la calibrazione delle costanti del criterio sulla base di prove sperimentali è necessaria.

Nel seguito vengono quindi presentati i risultati delle prove di fatica multiassiale condotte su provini lisci, cioè privi di difetti, e su provini nei quali la presenza di difetti è stata simulata mediante l'esecuzione di micro-intagli. I risultati sono analizzati e discussi alla luce dell'applicazione alla fatica da contatto del criterio di Dang Van e di altri criteri.

## 2. PROVE DI FATICA

Il materiale oggetto dell'analisi è un acciaio temprato avente le seguenti caratteristiche: carico di rottura 1350 MPa, limite di proporzionalità 1230 MPa, snervamento ciclico 850 MPa, allungamento a rottura 6%. Sono stati impiegati due tipi di provino: lisci e micro-intagliati. I micro-intagli sono stati realizzati mediante elettro-erosione. Questi intagli, che simulano la presenza di difetti, hanno una dimensione che viene descritta per mezzo del parametro  $\sqrt{\text{area}}$  come previsto dal modello di Murakami [12]. Sono state realizzate due tipologie di provini intagliati, aventi rispettivamente intagli di dimensioni corrispondenti a valori di  $\sqrt{\text{area}}$  pari a 224 e 630  $\mu\text{m}$  (Figure 3a e 3b).



**Figura 3:** a) e b): analisi al SEM dei micro-intagli ottenuti per elettro-erosione; c) analisi al SEM di una superficie di rottura che ha avuto origine in corrispondenza del micro-intaglio

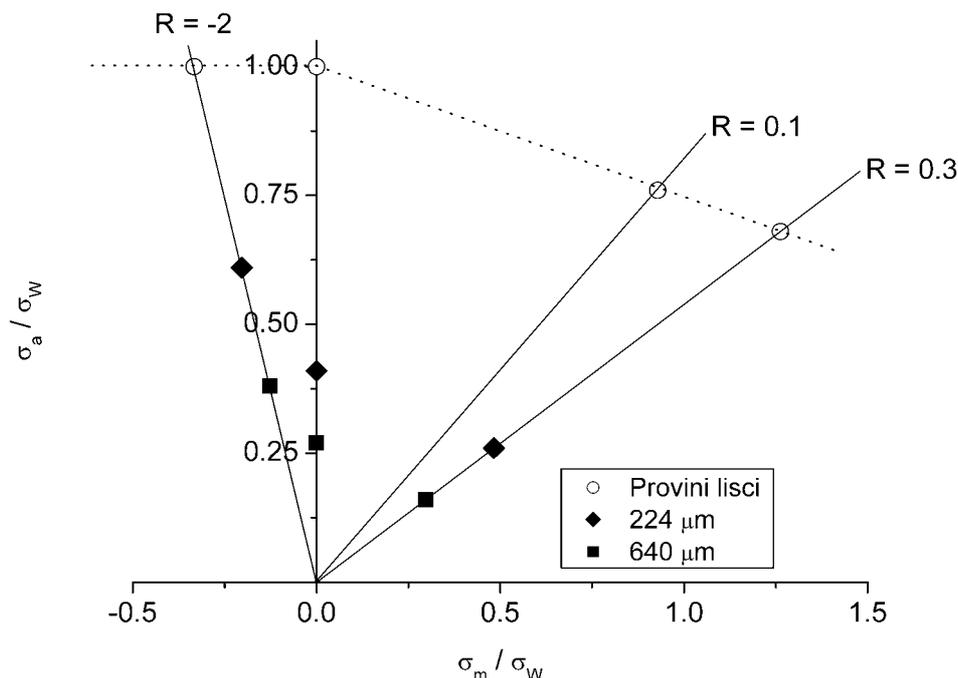
I limiti di fatica sono stati determinati per valori del rapporto di ciclo  $R = -2, -1, 0,1$  e  $0,3$ , mediante prove di fatica assiale e di flessione piana, condotte su macchine di prova a risonanza, aventi capacità di 100 kN e 180 kN rispettivamente, impiegando provini a sezione circolare (diametro della sezione resistente di 5 mm) e provini a sezione rettangolare (sezione

resistente 6 x 8 mm). I limiti di fatica corrispondono alla soglia di non propagazione delle micro-cricche emananti dai micro-intagli e sono stati determinati con il metodo *staircase* con *runouts* a 12x106 cicli. I dati sono stati analizzati con il metodo di Hodge-Rosenblatt.

I valori dei limiti di fatica sono riportati in Tabella 1 in funzione del rapporto di ciclo ed i punti corrispondenti sono stati tracciati sul diagramma di Haigh di Figura 4. si può osservare chiaramente che nel caso dei provini con difetti il limite di fatica aumenta al diminuire del rapporto di ciclo anche per valori inferiori a  $R = -1$ , mentre nel caso dei provini lisci non sembra esserci alcuna dipendenza del limite di fatica da valori di  $R$  inferiori a -1. Il comportamento dei provini lisci risulta in accordo con i riferimenti classici [16, 17] e i valori dell'ampiezza dello sforzo  $\sigma_a$  risultano legati al valore medio  $\sigma_m$  da una relazione lineare.

**Tabella 1:** Sintesi dei risultati delle prove di fatica, normalizzati rispetto al limite di fatica del materiale privo di difetti  $\sigma_{W,R=-1}$ .

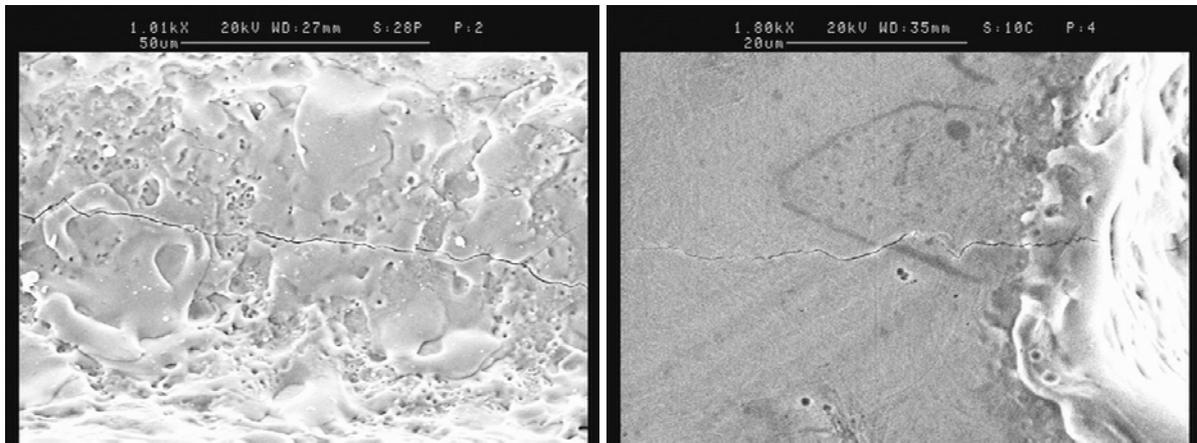
$\sqrt{\text{area}}$	R = -2	R = -1	R = 0.1	R = 0.3
lisci	1	1	0,76	0,68
224 $\mu\text{m}$	0,61	0,41	-	0,26
630 $\mu\text{m}$	0,38	0,27	-	0,16



**Figura 4:** Sintesi dei risultati sul diagramma di Haigh

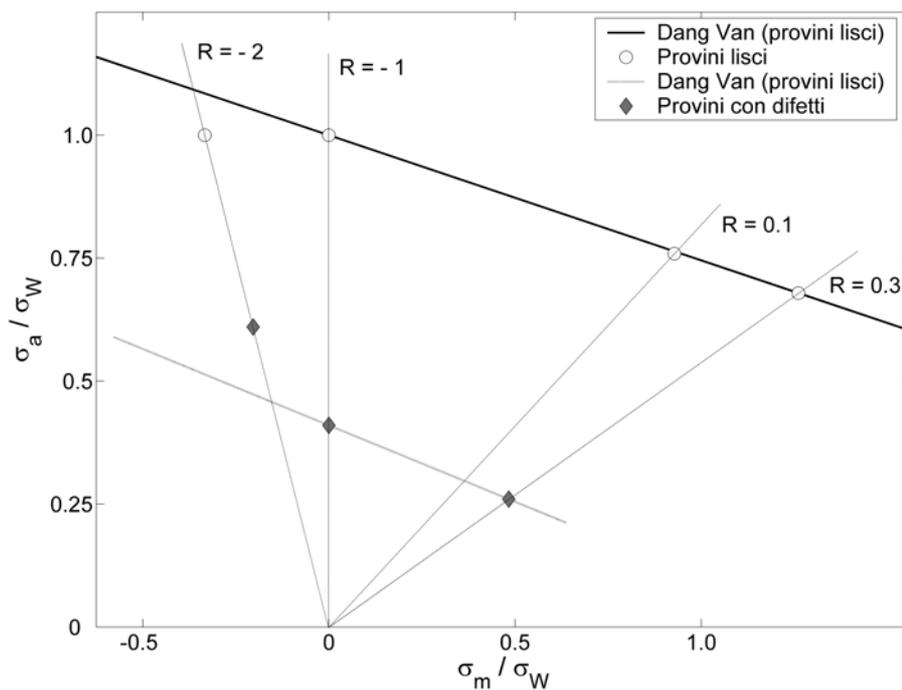
In Figura 5 sono mostrate due cricche non propaganti, che hanno origine dai micro-intagli. Altre cricche di questo tipo sono state osservate su altri provini micro-intagliati sollecitati da sforzi di entità prossima alla soglia, a conferma del fatto che il limite di fatica corrisponde alla

condizione di non propagazione di queste cricche, consentendo pertanto di assimilare questi micro-intagli a difetti.



**Figura 5:** Cricche non propaganti aventi origine in corrispondenza dei micro-intagli

### 3. ANALISI DEI RISULTATI



**Figura 6:** I risultati sperimentali ed i limiti ottenuti con l'applicazione del criterio di Dang Van riportati sul diagramma di Haigh.

I risultati delle prove sono stati confrontati con le previsioni di alcuni criteri di fatica multiassiale. In Figura 6 è riportato il diagramma di Haigh costruito applicando il criterio di Dang Van. La linea limite che definisce il dominio corrispondente al limite di fatica è stata

tracciata sulla base dei limiti di fatica ottenuti per  $R = -1$  ed  $R = 0.3$ . Risulta evidente che nel caso dei provini lisci il criterio di Dang Van non coglie l'indipendenza di  $\sigma_a$  da valori negativi di  $\sigma_m$ . Tuttavia in questo caso è ancora possibile modificare la linea limite come mostrato in Figura 2 e cogliere così l'andamento osservato nelle prove sperimentali. Nel caso dei provini contenenti i difetti caratterizzati da  $\sqrt{A} = 224 \mu\text{m}$  invece non è possibile riprodurre il comportamento né impiegando la retta originale, né il limite bi-lineare proposto per i provini lisci, in quanto si registra un notevole aumento del limite di fatica al passaggio da  $R = -1$  a  $R = -2$ .

**Tabella 2:** Confronto tra i limiti di fatica e le previsioni del criterio di Findley per provini lisci (valori normalizzati rispetto a  $\sigma_{W,R=-1}$ )

<b>R</b>	<b><math>\sigma_W</math> sperimentale</b>	<b><math>\sigma_W</math> calcolato</b>	<b>Errore</b>
-2	1	1,08	+ 7,8 %
-1	1	usato per la calibrazione	-
0,1	0,76	0,77	+ 1,4 %
0,3	0,68	usato per la calibrazione	-

**Tabella 3:** Confronto tra i limiti di fatica e le previsioni del criterio di Findley per provini contenenti difetti ( $\sqrt{A} = 224 \mu\text{m}$ , valori normalizzati rispetto a  $\sigma_{W,R=-1}$ )

<b>R</b>	<b><math>\sigma_W</math> sperimentale</b>	<b><math>\sigma_W</math> calcolato</b>	<b>Errore</b>
-2	0,61	0,45	-26,4 %
-1	0,41	usato per la calibrazione	-
0,3	0,26	usato per la calibrazione	-

Risultati analoghi sono stati ottenuti applicando il criterio di Findley [18], che come il criterio di Dang Van si basa sull'approccio al piano critico. Anche in questo caso il criterio non permette di prevedere il comportamento né dei provini lisci né di quelli contenenti difetti, come si può osservare dai risultati riportati in Tabella 2 (provini lisci) ed in Tabella 3 (provini contenenti difetti)

**Tabella 4:** Confronto tra i limiti di fatica e le previsioni del criterio di Liu-Zenner per provini lisci (valori normalizzati rispetto a  $\sigma_{W,R=-1}$ )

<b>R</b>	<b><math>\sigma_W</math> sperimentale</b>	<b><math>\sigma_W</math> calcolato</b>	<b>Errore</b>
-2	1	1,03	+ 2,4 %
-1	1	usato per la calibrazione	-
0,1	0,76	0,75	- 1,9 %
0,3	0,68	0,61	- 9,7 %

**Tabella 5:** Confronto tra i limiti di fatica e le previsioni del criterio di Liu-Zenner per provini contenenti difetti ( $\sqrt{A} = 224 \mu m$ , valori normalizzati rispetto a  $\sigma_{W,R=-1}$ )

R	$\sigma_w$ sperimentale	$\sigma_w$ calcolato	Errore
-2	0,61	0,43	- 28,7 %
-1	0,41	usato per la calibrazione	-
0,3	0,26	0,24	- 7,9 %

L'impiego di un criterio basato sull'approccio integrale, come il criterio di Liu-Zenner [19], fornisce previsioni in accordo con i risultati sperimentali per valori del rapporto di ciclo compresi tra  $R = -2$  ed  $R = 0,1$  come mostrato in Tabella 4. Tuttavia quando invece si applici il criterio di Liu-Zenner al caso dei provini contenenti difetti si registra ancora l'impossibilità di cogliere l'andamenti dei risultati sperimentali nel quadrante degli sforzi medi negativi del diagramma di Haigh, come mostrato in Tabella 5.

Dall'analisi comparativa dei tre criteri si può concludere che l'impiego dei criteri di resistenza a fatica in problemi di fatica da contatto è reso critico da due fattori

- nel caso di un materiale privo di difetti, alcuni criteri, in particolare quelli basati sull'approccio al piano critico, non sono in grado di prevedere correttamente il comportamento del materiale in presenza di sforzi di compressione addirittura nel caso di sforzi monoassiali
- nel caso di un materiale contenente difetti, anche quando si impieghi un criterio che consente di prevedere correttamente il comportamento dei provini lisci, non si riesce a prevedere la condizione di non propagazione per rapporti di ciclo inferiori a  $R = -2$ .

In definitiva, anche se non sono stati considerati più di tre criteri, si può trarre l'indicazione che la previsione del comportamento a fatica da contatto per rotolamento di materiali contenenti difetti necessita di strumenti di previsione specifici, che implementino il concetto di soglia di propagazione delle micro-cricche emananti dai difetti.

#### 4. CONCLUSIONI

Sono stati presentati i risultati delle prove di fatica condotte con diversi valori del rapporto di ciclo su un acciaio temprato comunemente impiegato per applicazioni tipiche da fatica da contatto per rotolamento. Il semplice confronto con le previsioni fornite da alcuni criteri in stato di sforzo monoassiale ha evidenziato come alcuni di essi, in particolare il criterio di Dang Van, per poter essere impiegati nelle verifiche a fatica da contatto richiedano adattamenti e modifiche, limitatamente al caso in cui il materiale sia privo di difettosità. Queste modifiche non consentono tuttavia di utilizzare questi criteri in presenza di difetti. Inoltre il criterio di Liu-Zenner che nel caso di materiale privo di difetti è stato in grado di prevedere con sufficiente precisione il comportamento del materiale in presenza di sforzi medi di compressione, non si presta all'analisi del materiale contenente difetti. Per lo studio della fatica per contatto da rotolamento di questo tipo di materiale è pertanto indispensabile impiegare strumenti specifici.

#### Bibliografia

- [1] K. Dang Van, Macro-micro approach in high-cycle multiaxial fatigue, in: D.L. McDowell and R. Ellis (Eds.), *Advances in Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 1191, Philadelphia, pp. 120-130, 1993.

- [2] K. Dang Van, B. Griveau, O. Message, On a new multiaxial fatigue limit criterion: theory and applications, in: M.W. Brown and K.J. Miller (Eds), EGF 3, Mechanical Engineering Publications, London, pp. 479-496, 1989.
- [3] K. Dang Van, M.H. Maitournam, "Rolling contact in railways: modelling, simulation and damage prediction", *Fat. Fract. Engng Mater Struct*, 26, 10, 2003, pp 939-948.
- [4] T.W. Kim, Y.J Cho, H.W. Lee "The fatigue crack initiation life prediction based on several high-cycle fatigue criteria under spherical rolling contact" *Tribology Transactions*. 46, 1, 2003, pp 76-82.
- [5] M. Sraml, J. Flaker, I. Potrc "Critical plane modelling of fatigue initiation under rolling and sliding contact", *Journal of strain analysis for engineering design*. 39, 2, 2004, pp. 225-236.
- [6] H. Desimone, A. Bernasconi, S. Beretta. On the application of Dang Van criterion to rolling contact fatigue, accepted for publication in *Wear*, 2005
- [7] K. L. Johnson, *Contact Mechanics*, Cambridge University Press, 1987.
- [8] A. Ponter, A. Hearle, K. Johnson, Application of the kinematical shakedown theorem to rolling and sliding point contacts, *J Mech Phys Solids* 33 (1984) 339–364.
- [9] A. Sackfield, D.A. Hills, Some Useful results in the classical hertz contact problem, *Journal of Strain Analysis* 18 (1983) 101- 105.
- [10] D.A. Hills, A. Sackfield, Yield and shakedown states in the contact of generally curved bodies, *Journal of Strain Analysis*, 19 (1984) 9-14.
- [11] G. Peridas, D. A. Hills, Crack initiation: the choice of tests available to calibrate Dang Van's criterion, *Fat. Fract. Engng Mater Struct*. 25 (2002) 321-330.
- [12] Y. Murakami, *Metal Fatigue: Effects of Small Defects and Nonmetallic Inclusions*, Elsevier, Oxford, 2003.
- [13] J. Monnot, B. Heritier, J. Cogne, "Relationship of melting practice, inclusion type, and size with fatigue resistance of bearing steels", in *Effect of Steel Manufacturing Processes on the Quality of Bearing Steels*, ASTM STP 987 ed. by J.J.C. Hoo, ASTM, Philadelphia, pp 61-80, 1988.
- [14] S. Beretta, "Application of multiaxial fatigue criteria to materials containing defects", *Fat. Fract. Engng Mater Struct*. Vol 26, 6, 2003, pp 551-559.
- [15] Y. Nadot, V. Denier "Fatigue failure of suspension arm: experimental analysis and multiaxial criterion", *Engineering Failure Analysis*, 11, 4, 2004, pp. 485-499.
- [16] R. B. Heywood, *Designing against fatigue*, Chapman and Hall Ltd, London, 1962.
- [17] T.J. Dalan, *Stress Range*. In: O.J. Horger (Ed) *ASME Handbook - Metals Engineering Design*, New York, 1953.
- [18] W.N. Findley, A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending, *J. Eng. Ind.-Trans. ASME*, 81 (1959) 301–306.
- [19] Liu J and Zenner H. Fatigue limit of ductile metals under multiaxial loading, in *Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture*. Carpinteri A, de Freitas M and Spagnoli A editors. ESIS STP Vol. 31. Elsevier Science. ISBN: 0-08-044129-7, 2003, pp. 147–163.