

## **Problematiche di simulazione numerica tridimensionale della propagazione di una frattura.**

G. U. Altieri, D. Amodio, G. Santucci.  
Dip. di Meccanica e Aeronautica - Univ. di Roma "La Sapienza"

### **Introduzione**

In questo lavoro viene presentata e discussa una tecnica di simulazione della propagazione di una frattura in un modello tridimensionale agli elementi finiti. Si è scelto quale caso *test* la prova di flessione in tre punti di una provetta in acciaio. La frattura, innescata in corrispondenza di un intaglio, si propaga in campo fortemente plastico ed in regime quasi statico, essendo il fenomeno controllato in spostamento; il calcolo procede fino alla rottura quasi completa del *ligament*, comportando deformazioni finite e grandi spostamenti. La soluzione in campo tridimensionale consente di generalizzare una procedura già applicata, con buoni risultati, nel caso di modelli piani, consentendo di cogliere gli effetti tipici della tridimensionalità, quali la strizione laterale all'apice della frattura o la propagazione in geometrie complesse.

In queste pagine viene descritta la strategia usata per controllare l'avanzamento del fronte di frattura attraverso il modello agli elementi finiti con riferimento ad un caso particolarmente semplice e simulabile con buona approssimazione anche con modelli piani; tuttavia la metodologia è del tutto generale, essendo in grado di controllare una frattura che può svilupparsi seguendo una superficie qualsiasi. La modellazione in 3D richiede sempre elevati tempi di elaborazione, i quali rappresentano probabilmente il limite più severo, al momento attuale, nell'uso della metodologia proposta.

## Geometria della provetta

La provetta è rappresentata nella fig. 1.

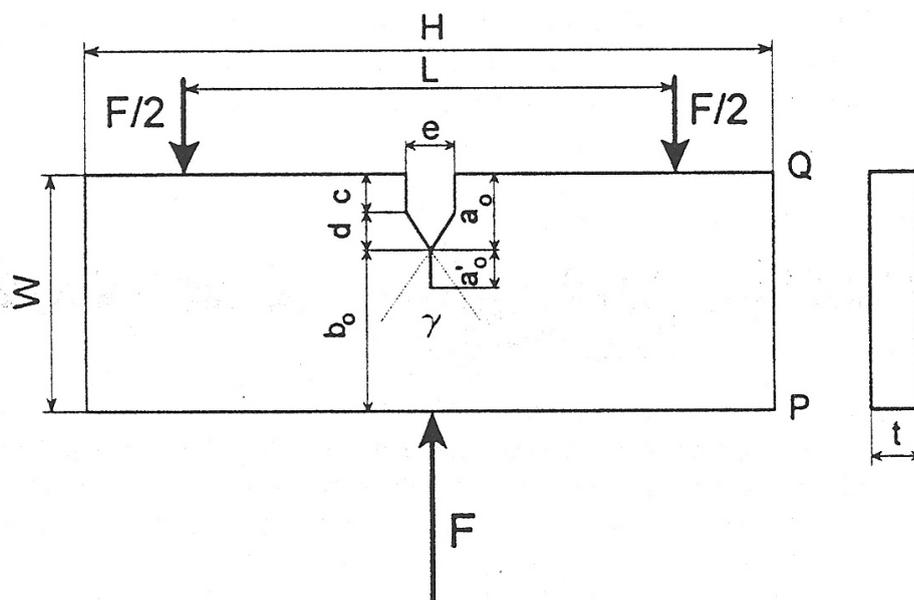


Fig.1

Il materiale che la compone è acciaio per gasdotto, le cui caratteristiche sono le seguenti:

$$E = 210 \text{ GPa}$$

$$\nu = .3$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_y = 447 \text{ MPa} \\ \sigma_h = 596 \text{ MPa a } 30\% \end{array} \right\} \text{ def. logaritmica}$$

Le tensioni date individuano la curva  $\sigma/\varepsilon$  bilineare assegnata in ingresso al codice agli E.F.

### Codice di calcolo

Il calcolo è stato effettuato utilizzando un codice ad elementi finiti con integrazione esplicita nel tempo, il DYNA3D, nella sua versione *public domain* dell'anno 1988. La scelta di un codice di questo tipo è motivata dall'ingente mole di calcoli che la simulazione richiede, che meglio si adatta ad un programma, come DYNA3D, che non richiede né la memorizzazione completa né la inversione della matrice di rigidità globale, consentendo in tal modo tempi di elaborazione ed occupazione di memoria non eccessivi. Inoltre, la sottointegrazione delle quantità di elemento (un punto di gauss negli elementi solidi *brick* ad otto nodi), consente un ulteriore risparmio di tempo di calcolo.

Come è noto la sottointegrazione comporta il problema dell'*hourglassing*, cioè la presenza di modi spuri ad energia nulla. Il controllo sull'*hourglassing* è stato posto in modo molto severo in *input*. Si è utilizzato un forte smorzamento numerico di questi modi. In un problema dinamico questo può dar luogo a valori di energia errati, dato che una parte di

energia cinetica viene assorbita per motivi numerici, ma in un problema quasi-statico, in cui l'energia cinetica è solo strumentale al calcolo, anche se lo smorzamento è rilevante, non c'è perdita di verosimiglianza fisica.

Per ridurre i tempi di calcolo si è simulata l'evoluzione del fenomeno a velocità notevolmente superiore a quella reale, pur mantenendo il valore dell'energia cinetica di due o tre ordini di grandezza inferiore all'energia interna: in tal modo si ottengono tempi di calcolo tollerabili (qualche giorno su un elaboratore RISC 6000).

La frattura avanza con un controllo sull'angolo di apice di cricca (CTOA). Si è posto come angolo critico un valore di 9 gradi: in altre parole, quando un nodo del ligament già staccato forma con un suo vicino un angolo superiore ai 9 gradi, anche il vicino viene staccato. Per innescare il fenomeno si è proceduto nel modo più semplice, cioè imponendo fin dal principio il distacco del nodo di ligament più esterno e in alto. Questo equivale ad avere una precricca acuta superficiale sul provino, nella realtà non presente. Infatti, dal momento che il nostro interesse è stato essenzialmente rivolto alla simulazione della propagazione, non ci si è preoccupati di sviluppare una più corretta simulazione dell'innescio, contando sullo scarso effetto che tale fase dovrebbe esercitare sul proseguimento del fenomeno di frattura.

#### Tecnica del distacco dei nodi

Al programma DYNA, nella sua versione *standard*, sono state aggiunte delle *subroutines* per controllare in tempo reale sia il distacco dei nodi che l'andamento delle variabili di interesse. La subroutine fondamentale è la "**user**", richiamata ad ogni passo nel tempo. Questa contiene tutto il codice e l'informazione necessaria per pilotare la propagazione della frattura. La struttura dati fondamentale inclusa nella **user** è la matrice **net**. Questa è una matrice di `logical*1` (booleana) che indica le reciproche interdipendenze fra i nodi. In altre parole, un nodo staccato dovrà *controllare* i nodi ancora attaccati che gli sono adiacenti, per appurare se si è raggiunto l'angolo critico, imponendone così l'eventuale distacco. L'aspetto della matrice **net** è quello qui appresso mostrato:

	1	2	3	4	5	6	..
1	0	1	0	0	1	1	.. .
2	1	0	1	0	1	1	.. .
3	0	1	0	1	0	1	.. .
4	0	0	1	1	0	0	.. .
5	0	0	0	0	0	1	.. .
6	0	0	0	0	1	0	.. .
..	..	..	..	..	..	..	..
.	.	.	.	.	.	.	.

Se il termine  $net(i, j)$  è posto ad 1, vuol dire che il nodo  $i$  controlla il nodo  $j$ , cioè che quando il nodo  $i$  si stacca, ad ogni passo viene controllato che l'angolo che esso forma col nodo  $j$  non sia superiore all'angolo critico. Se lo è viene staccato anche il nodo  $j$ , e così via. In questo modo, nella riga  $i$  sono posti ad 1 tutti i nodi che  $i$  controlla, mentre nella colonna  $i$  sono posti ad 1 tutti i nodi da cui  $i$  è controllato. Il termine sulla diagonale principale  $net(i, i)$  è posto ad 1 se il nodo è attivo, cioè se esso è staccato e, dunque, può essere fonte di propagazione ulteriore della frattura.

La matrice  $net$  viene costruita, una volta per tutte, al passo 0 con il criterio che ciascun nodo di *ligament* è controllore di tutti quelli che lo circondano a distanza minore o uguale a  $r$ , con  $r$  raggio da stabilirsi in base alla dimensione della mesh. Questo raggio  $r$  serve solo ad impedire che tutti i nodi del ligament vengano controllati ogni volta, con aggravio dei tempi di calcolo. Con la procedura proposta, si ritiene che l'influenza di un nodo staccato sia solo avvertita in un intorno del nodo stesso, limitando in tal modo il numero dei controlli da effettuare.

Vediamo allora come agisce il codice nei confronti del distacco dei nodi:

1. Genera la matrice *net*.
2. Distacca il nodo di apice (poniamo sia il nodo *k*) che giace sulla superficie esterna, modificandogli la condizione di vincolo e ponendo  $net(k, k) = 1$ . All'istante iniziale questo è l'unico 1 sulla diagonale principale.
3. Per ciascun passo nel tempo percorre la diagonale principale. Se  $net(i, i) = 1$  allora tutta la riga *i* va scandita; se  $net(i, j) = 1$  allora si valuta l'angolo fra il nodo *i* e il nodo *j*. Se supera quello critico si distacca *j*, il che vuol dire che tutta la colonna *j*, che conteneva i controllori di *j*, va posta a 0 (così non lo controlla più nessuno) e il termine  $net(j, j)$  va posto ad 1, così il nodo diventa *attivo* e comincia a sua volta a controllare gli altri.

Questo metodo di distacco dei nodi ha dimostrato grandissima efficienza di calcolo. In una prova comparativa la differenza di velocità fra il codice dotato della *user* e quello *standard* si è rivelata praticamente nulla. Questo perchè la matrice booleana riduce al minimo i conti con funzioni arcotangente e radici quadrate, necessari per valutare il distacco.

Il metodo qui esposto ha generalità che va oltre il caso in esame. Ad esempio può non essere affatto imposto che il ligament sia inizialmente piano. Pur se esso fosse rappresentato da una superficie qualsiasi, il metodo funzionerebbe ugualmente, come dimostra peraltro il fatto che, nel corso del calcolo, il ligament si deforma, uscendo dal piano iniziale man mano che si distaccano i nodi. Il modo, poi, di far propagare la frattura eliminando le condizioni al contorno è molto comodo, giacché non comporta la necessità di avere nodi multipli sovrapposti da svincolare progressivamente, come sarebbe nel caso di una frattura interna al materiale. Ma in virtù della modularità del programma, anche in quest'ultima condizione la matrice *net* sarebbe sempre perfettamente valida, non essendo dipendente dal metodo di distacco.

## Conclusioni

La tecnica di distacco appena descritta nelle sue linee principali è stata applicata ad un modello ad elementi finiti tridimensionale per il calcolo della propagazione di una frattura nella provetta 3PB, le cui dimensioni sono riportate in fig.1. Un primo modello con limitato numero di nodi (inferiore al migliaio) è stato approntato per sperimentare il metodo con tempi di calcolo non elevati. I risultati ottenuti hanno dimostrato che la tecnica funziona perfettamente anche se i valori di carico ottenuti, a fronte di un angolo di propagazione controllato pari a 9°, sono sensibilmente inferiori ai relativi valori sperimentali e sono affetti da oscillazioni certamente non realistiche. Ciò è da attribuirsi alla dimensione degli elementi nell'intorno del *ligament*, eccessiva per una corretta rappresentazione dei gradienti di tensione, particolarmente elevati in tale zona.

Un successivo modello, caratterizzato da elementi notevolmente più piccoli nella zona soggetta a plasticizzazione ha fornito risultati notevolmente più stabili, anche se l'andamento calcolato della forza in funzione dello spostamento rimane inferiore al valore sperimentale.

Il problema della congruenza tra dati sperimentali e risultati della simulazione è legato alla scelta del parametro di controllo sia della propagazione che dell'innesco e alla

caratterizzazione del comportamento plastico del materiale: in questa sede l'interesse è stato focalizzato unicamente sullo sviluppo della tecnica di distacco.

#### **Bibliografia**

- [1] "EPRG recommendations for Crack Arrest Toughness for High Strength line pipe steels", maggio 1993
- [2] H. J. Schindler, Proceedings of the Sixth International Conference of Mechanical Behaviour of Materials - VI, ICM-6, Kyoto 1991, pp. 159-164
- [3] C. E. Turner, Proceedings of 8th European Conference of Fracture Behaviour and Design of Materials and Structures, EMAS, Torino 1990, pp. 933-968
- [4] T. L. Anderson, "Fracture Mechanics Fundamentals and Applications", CRC Press, Boca Raton Ann Arbor Boston, 1991
- [5] S. Venzi et al., "Analytical and Experimental Fracture Mechanics", G. C. Sih and Mirabile Eds., Sijthoff and Noordhoff 1981, p. 737-742
- [6] G. Demofonti et al., XXII International Metallurgy Congress, AIM 1988, pp. 1043-1059
- [7] M. Kosai, A. S. Kobayashi, "Axial Crack Propagation and Arrest in a Pressurized Fuselage", Structural Integrity of Aging Airplanes, S. N. Atluri, et al., editors, Springer - Verlag, Berlin, 1991, pp. 225-240
- [8] M. F. Kanninen et al., "Development of theoretically based guidelines for the prevention of ductile fracture in gas transmission pipelines", Proceedings of the Ninth NG-18/EPRG Joint Technical Meeting on Line Pipe Research, 1993
- [9] M. F. Kanninen et al., ASTM STP 668, J. D. Landes, J. A. Begley and G. A. Clarke, Eds., American Society for Testing and Materials, 1979, pp.121-150