



Una metodologia basata sulla Correlazione di Immagini per l'identificazione del comportamento a frattura di giunti ed interfacce

Roberto Fedele

Politecnico di Milano, Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Piazza Leonardo da Vinci 32, 20133 Milano
fedele@stru.polimi.it

François Hild, Stephane Roux

LMT-Cachan, ENS Cachan / CNRS / UPMC / PRES UniverSud Paris, 61 Avenue du Président Wilson, F-94235 Cachan Cedex, France. hild@lmt.ens-cachan.fr, stephane.roux@lmt.ens-cachan.fr

RIASSUNTO. In questa comunicazione si propone una metodologia inversa per la caratterizzazione meccanica di giunti/interfacce alla microscala, basata su misure senza contatto, a tutto campo, mediante correlazione di immagini digitali. Seguendo un approccio locale, le misure cinematiche raccolte durante una prova di frattura non-convenzionale vengono impiegate, da una parte, per guidare le simulazioni ad elementi finiti che riguardano esclusivamente il sotto-dominio monitorato, quali condizioni di Dirichlet imposte sul bordo, e dall'altra parte come termini di confronto a fini identificativi, da includere nella funzione obiettivo.

PAROLE CHIAVE. Correlazione di immagini digitali; Frattura coesiva; Identificazione dei parametri.

INTRODUZIONE

I modelli nonlineari disponibili in letteratura, che descrivano efficacemente il comportamento di materiali e strutture, contengono generalmente un numero elevato di parametri governanti, alcuni dei quali non possiedono un chiaro significato meccanico e risultano difficili da specificare. Pertanto, soprattutto in vista di applicazioni ad ambiti industriali, si riscontra un interesse crescente nella comunità scientifica per lo sviluppo di procedure di identificazione innovative, basate su prove non convenzionali (con stati di sollecitazione complessi) condotte a differenti scale di osservazione. Le prove di laboratorio non convenzionali sono concepite sempre più spesso anche sulla base dei risultati di simulazioni al computer, allo scopo di generare nel provino stati di sforzo e deformazione il più vicini possibile alle condizioni attese in servizio. In particolare, il progetto ottimale delle prove sperimentali richiede lo studio delle sensibilità delle quantità misurabili rispetto ai parametri incogniti, in funzione della storia di carico.

Una metodologia inversa è stata sviluppata per la caratterizzazione di giunti adesivi in assemblati GLARE® per applicazioni in ambito aero-spaziale [1]. Tale assemblato è stato gentilmente fornito da ALENIA, ed è costituito da un laminato piano (denominato nel gergo *skin*), e da un elemento di rinforzo (*stringer*), legati mediante giunto adesivo (AF-163 prodotto dalla 3M™, spessore finale 60 μm). Sia lo *stringer* che lo *skin* sono compositi Glare di tipo 3/2, ovvero costituiti da tre strati di lega di alluminio 2024 T3, inframmezzati da due strati di matrice epossidica rinforzata con fibre di vetro (*pre-impregnato*). Le prove non convenzionali sono effettuate fino a completo distacco del giunto in condizioni di modo misto, come illustrato in Fig. 1. Il monitoraggio di un ristretto sotto-dominio sulla superficie libera del provino è reso possibile mediante l'impiego di un microscopio a lunga distanza dotato di motori ad alta precisione, atti a seguire i possibili moti rigidi della regione di interesse durante la prova. Nello studio vengono risolti in serie due problemi inversi:

(i) il problema inverso *ottico*, ovvero dalle immagini al campo di spostamento; (ii) il problema inverso *meccanico*, ovvero di calibrazione del modello di interfaccia. Il problema inverso *ottico* (i) è in genere alquanto mal posto, in quanto il campo di spostamento in un punto può venire stimato solo se localmente in gradiente spaziale del campo di intensità non si annulla.

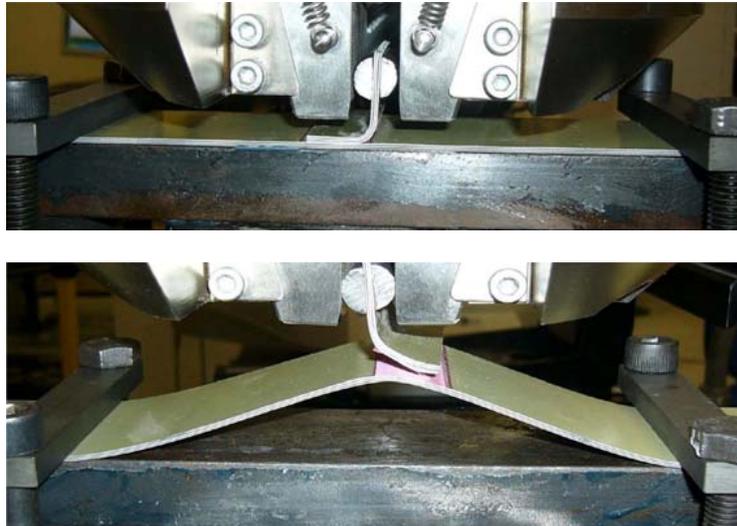


Figura 1: Prova non-convenzionale fino a rottura del giunto adesivo (in rosso), in condizioni di modo misto. Si noti l'elemento cilindrico introdotto per permettere la trasmissione efficace del carico tra gli afferraggi ed il rinforzo (stringer) con sezione a Z.

Il principio di conservazione del flusso ottico, ossia la condizione che la tessitura superficiale del provino fissata nelle immagini venga passivamente trasportata dal campo di spostamento \mathbf{u} , viene imposto in forma debole come segue

$$\min_{\mathbf{u}} \left\{ \iint_{\Omega} |f(\mathbf{x} + \mathbf{u}) - g(\mathbf{x})|^2 d\Omega \right\} \quad (1)$$

essendo Ω il dominio spaziale, f e g rispettivamente la immagine digitale di riferimento e quella deformata, viste come funzioni scalari (di valori di grigio) di una variabile vettoriale \mathbf{x} , note (campionate) su una griglia discreta di punti. Si può dimostrare che la minimizzazione del funzionale Eq. (1) risulta equivalente alla massimizzazione della correlazione incrociata tra le due immagini, agevolmente calcolabile mediante trasformata rapida di Fourier (FFT). In modo analogo al metodo di Rayleigh-Ritz, l'originario problema variazionale Eq. (1) viene trasformato in un problema algebrico, proiettando la soluzione su uno spazio a dimensione finita, ossia facendo ricorso ad una base di funzioni dipendente da un numero finito di parametri liberi (o coordinate lagrangiane), dunque $\mathbf{u} = \mathbf{N}\mathbf{U}$. Una procedura ad-hoc permette ad ogni passo temporale di aggiornare la immagine di riferimento e di cumulare gli spostamenti incrementali stimati.

Una sequenza di immagini digitali opportunamente selezionate sono state impiegate per la correlazione di immagine, allo scopo di ricostruire i campi di spostamento piani durante la prova a partire da uno stato scelto come riferimento. La procedura a correlazione di immagini qui impiegata è basata su una discretizzazione del campo di spostamenti alla Galerkin / elementi finiti, basata su elementi a quattro nodi e funzioni di forma bilineari [2, 3]. In tal modo la risposta del "sensore" di misura risulta pienamente compatibile e coerente con quella dei modelli ad elementi finiti convenzionali, solitamente formulati in termini di spostamenti ed adottati per le analisi meccaniche in codici commerciali. Inoltre la correlazione è effettuata secondo una strategia gerarchica, multi-scala, con la adozione di griglie di calcolo sempre più fini man mano che si converge alla soluzione esatta. In altri termini, nuovi particolari vengono introdotti nella analisi di correlazione mediante gradi di libertà addizionali, man mano che si avvicina al panorama di spostamento effettivo, allo scopo di conferire maggiore robustezza alla procedura ed evitare di ricadere in minimi secondari. Le immagini digitali sono state processate per ridurre la presenza di moti rigidi.

I dati cinematici sono stati impiegati, da una parte, come condizioni ai limiti, prescritte lungo la frontiera del sotto-dominio monitorato. Dall'altra parte, gli spostamenti all'interno del sotto-dominio sono impiegati a fini identificativi, ed inclusi nella funzione obiettivo da minimizzare, che quantifica il divario tra gli spostamenti sperimentali e quelli calcolati dal modello matematico in funzione dei parametri incogniti. Nello studio, la regione monitorata (1.8 mm circa) include parte dei due aderenti in Alluminio, ed il giunto adesivo, di spessore 60 μm . Le proprietà meccaniche degli aderenti sono



assunte note a priori, secondo la legge nonlineare di Ramberg-Osgood, che rappresenta una versione omonoma della plasticità deviatorica per metalli. I tre parametri governanti una legge di interfaccia in modo misto di tipo esponenziale, disponibile in letteratura [4], sono invece oggetto della presente procedura di identificazione. Tale legge di interfaccia risulta particolarmente adatta a descrivere il comportamento in modo misto di interfacce per le quali il lavoro di separazione in direzione tangenziale risulta diverse volte più grande di quello in direzione normale (tale rapporto può tipicamente variare da quattro fino a dieci, per i giunti adesivi). Peraltro, la dispersione dei parametri meccanici per i giunti adesivi risulta così elevata, in dipendenza di una molteplicità di fattori difficilmente quantificabili, per es. di tipo ambientale (temperatura e pressione), condizione delle superfici, ecc., da motivare fortemente dal punto di vista ingegneristico ed industriale il problema in studio.

CALIBRAZIONE DEL MODELLO COESIVO

Allo scopo di simulare il processo di distacco del giunto adesivo, gli spostamenti misurati tramite correlazione sono stati imposti sul contorno del sotto-dominio monitorato, ad istanti di misura differenti durante la prova. In tale modo, una ristretta regione sulla superficie del provino nella quale il fenomeno di fessurazione risulta predominante, viene isolata e quasi estratta dal materiale circostante, e come sottoposta ad una prova “virtuale” ad una scala inferiore. Tale approccio innovativo può essere definito “locale” se confrontato con l’approccio convenzionale largamente impiegato nella meccanica dei materiali, in cui l’interlocutore privilegiato è l’intero provino, con le condizioni al contorno globali (che sono ovviamente affette da incertezza). Per le analisi numeriche è stata impiegata una discretizzazione bidimensionale della sola regione monitorata, in condizione di sforzo piano (con circa 500 elementi finiti), con elementi quadrati a quattro nodi e funzioni di forma bilineari compatibili con quelle delle misure mediante correlazione. Per la descrizione della risposta nonlineare fino a rottura del giunto adesivo, sono stati adottati elementi di interfaccia a spessore finito.

I parametri ottimali, raccolti nel vettore \mathbf{X} , sono ottenuti per minimizzazione di una funzione obiettivo ω del tipo minimi quadrati, che quantifichi il divario tra gli spostamenti sperimentali ad istanti di misura differenti, raccolti nel vettore \mathbf{u}^{exp} , ed i corrispondenti valori calcolati tramite il modello meccanico in funzione dei parametri incogniti, $\mathbf{u}^{\text{comp}}(\mathbf{X})$, come qui indicato

$$\hat{\mathbf{X}} = \arg \min_{\mathbf{X}} \left\{ \omega = \left\| \mathbf{u}^{\text{exp}} - \mathbf{u}^{\text{comp}}(\mathbf{X}) \right\|_{\mathbf{W}}^2 \right\} \quad (2)$$

ove si assuma $\left\| \mathbf{a} \right\|_{\mathbf{W}}^2 = \mathbf{a}^T \mathbf{W} \mathbf{a}$, essendo \mathbf{W} una opportuna matrice dei pesi definita-positiva, che scali e renda non dimensionale il vettore dei residui (si veda anche [5]). La minimizzazione della funzione di divario in Eq. (2) è effettuata in ambiente Matlab mediante l’algoritmo del primo ordine (ovvero che fa uso del gradiente della funzione da minimizzare) Trust Region [6]. Tale algoritmo di recente concezione presenta alcune caratteristiche significative: (i) la minimizzazione è effettuata sempre in uno spazio bidimensionale, definito dal vettore normale e dal vettore gradiente corrente, indipendentemente dal numero effettivo di incognite, e pertanto si presta a risolvere problemi su grande scala; (ii) l’algoritmo è in grado di tenere in conto di vincoli del tipo a scatola (*box-constraints*) su ciascuna componente del vettore dei parametri incogniti, ovvero disuguaglianze bilaterali del tipo $lb_i \leq X_i \leq ub_i$, mediante una strategia “interior-point”, ossia ciascun vettore generato nella successione minimizzante risulta strettamente ammissibile (ovvero rispetta sempre i vincoli assegnati). La proprietà b) risulta particolarmente importante in presenza di parametri incogniti vincolati in segno, da introdurre in codici ad elementi finiti per ciascuna analisi diretta.

Un ingrediente importante della procedura identificativa è rappresentata dalle cosiddette analisi di sensitività, ossia dal calcolo del gradiente del campo di spostamento rispetto ai parametri incogniti. Una procedura semplice ed elegante, basata sul metodo di differenziazione diretta delle equazioni governanti, è stata implementata nel medesimo codice ad elementi finiti impiegato per la analisi dirette, e fornisce, con un onere computazionale aggiuntivo alquanto ridotto, le sensitività degli spostamenti ad ogni passo della discretizzazione temporale.

Le Fig. 2 e 3 illustrano i campi di spostamento orizzontale e verticale, nelle direzioni rispettivamente tangenziale e normale al giunto adesivo, calcolati mediante il modello matematico a valle della procedura di calibrazione. In Fig. 4 è mostrata la evoluzione della tensioni normali e tangenziali lungo l’interfaccia, a differenti istanti di misura nel corso della prova. Si notano le caratteristiche campane di “softening”, che traslano da destra verso sinistra man mano che il fronte di frattura si propaga e la parte di interfaccia scarica (perché completamente danneggiata) diviene sempre più estesa. Inoltre, i valori di



picco dei profili di tensioni normali vanno man mano leggermente aumentando: questa circostanza sta ad indicare che si è in presenza di un rapporto di modo misto variabile nel corso della prova.

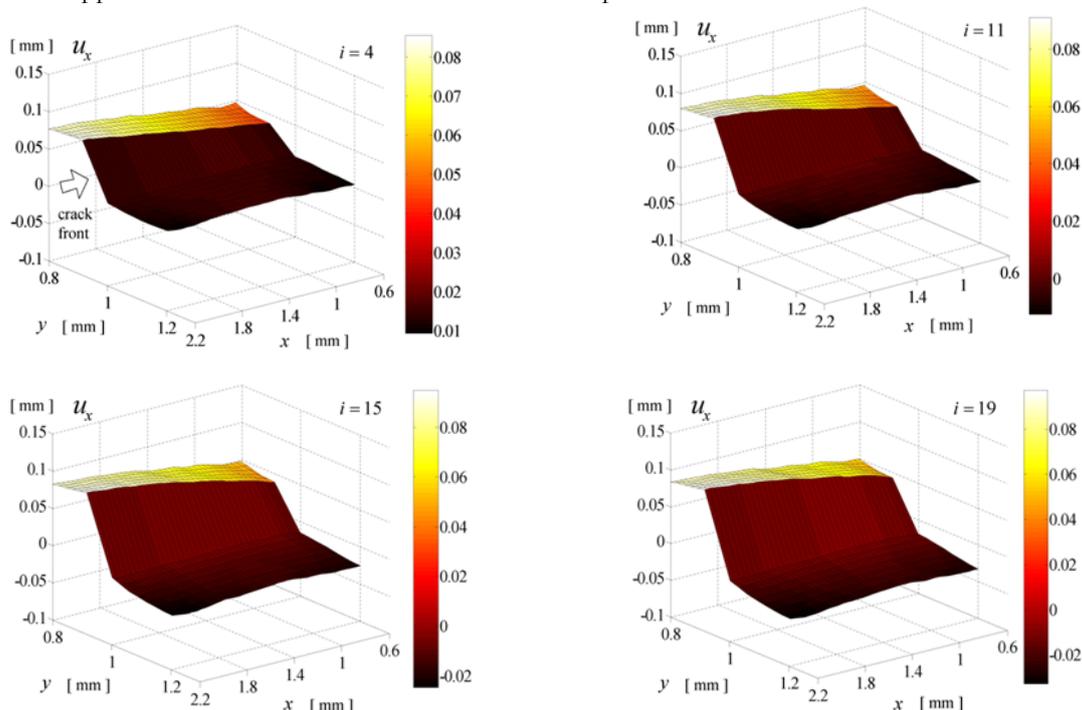


Figura 2: Simulazione mediante modello ad elementi finiti della regione monitorata, ad istanti di misura differenti, $i (i \equiv 1, \dots, 19)$.
Campo di spostamento orizzontale u_x (tangenziale all'interfaccia).

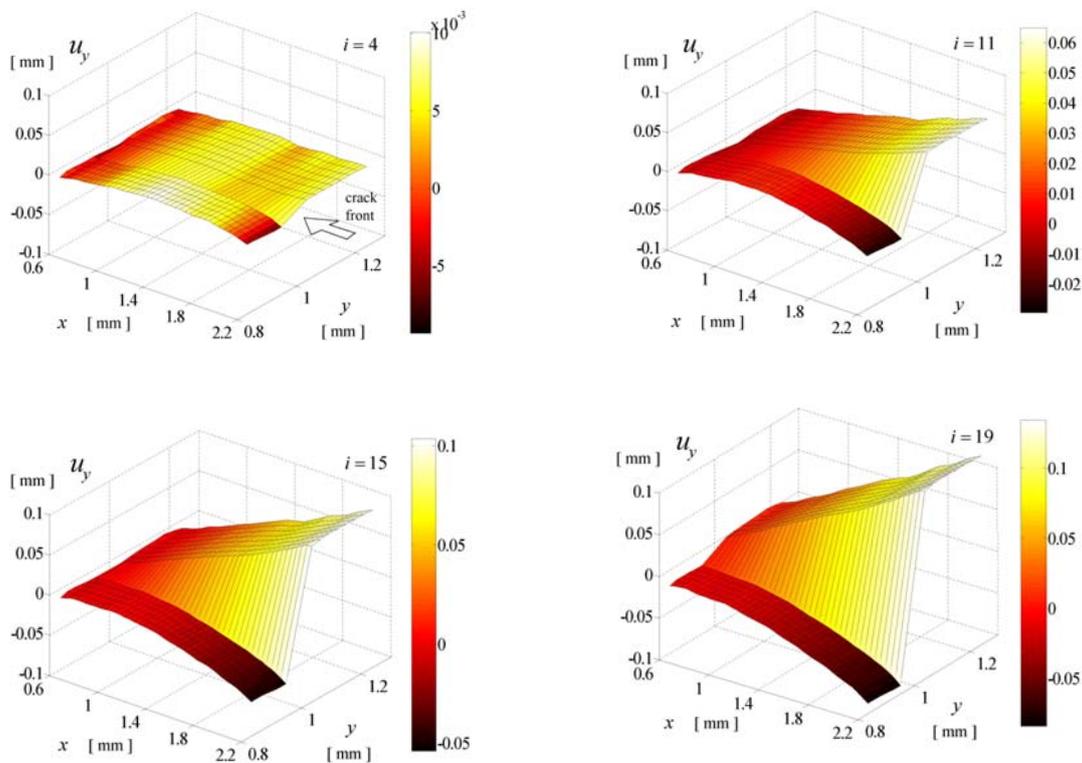


Figura 3: Simulazione mediante modello ad ad elementi finiti della regione monitorata, ad istanti di misura differenti, $i (i \equiv 1, \dots, 19)$.
Campo di spostamento verticale u_y (normale alla interfaccia).

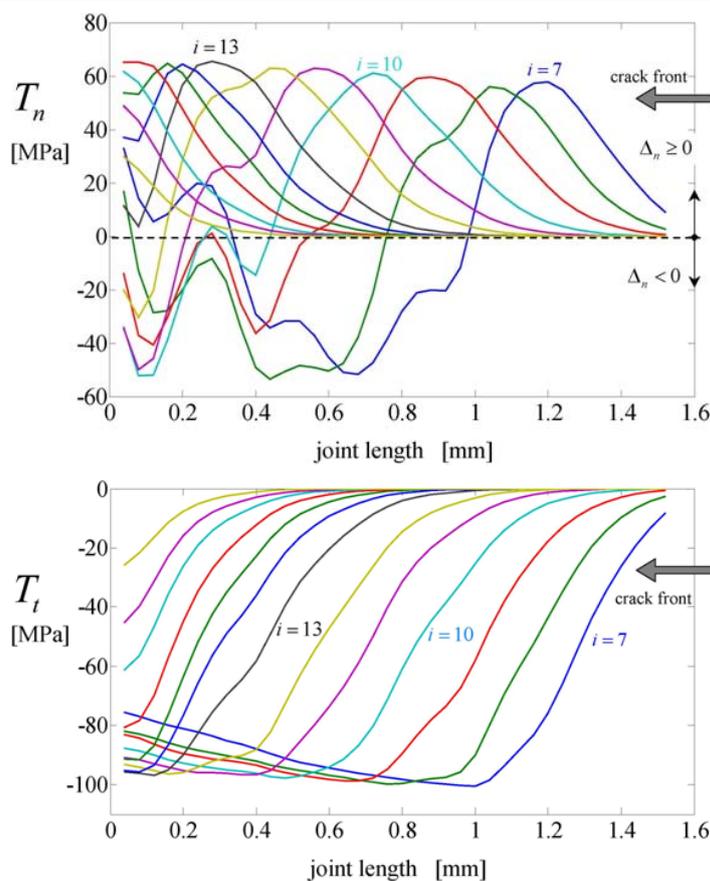


Figura 4: Profili delle tensioni normali e tangenziali all'interfaccia, ad istanti di misura differenti i ($i \equiv 1, \dots, 19$) nel corso della prova, ricostruite mediante il modello matematico con i parametri identificati.

CONCLUSIONI

In questa comunicazione viene proposta una metodologia inversa per la calibrazione di modelli di interfaccia in modo misto, sulla base di spostamenti alla microscala ricostruiti tramite correlazione di immagini. Si ritiene che l'impiego di tale metodologia inversa basata su un approccio squisitamente locale, possa comportare importanti vantaggi, sia in termini di riduzione dell'onere computazionale, che di semplificazione del modello matematico utilizzato. Infatti, in presenza di una prova non convenzionale, concepita allo scopo di generare stati di sollecitazione severi in uno specifico assemblato, diversi fenomeni non lineari possano verificarsi simultaneamente in differenti punti del provino (delaminazione, dissipazione plastica, ecc.), ed è davvero improbabile che uno stesso modello meccanico possa descriverli tutti in modo accurato. Quand'anche si individuasse un modello siffatto, i tempi di calcolo per l'intero provino potrebbero risultare proibitivi, specialmente per le ripetute analisi dirette necessarie a fini identificativi. Nel presente approccio, invece, si fa esclusivo riferimento ad un ristretto sotto-dominio, in cui il fenomeno di frattura risulta predominante.

In questo studio l'accento è stato posto sullo sviluppo di una prova non-convenzionale per uno specifico assemblato, prodotto secondo un rigoroso protocollo industriale. Non era dunque possibile alterare la configurazione sperimentale senza alterarne le proprietà. Tuttavia, per una completa validazione della metodologia inversa qui proposta con riferimento a giunti adesivi, sarà opportuno considerare diverse configurazioni sperimentali, quelle più comunemente adottate in modo I, II o misto, per alcune delle quali si dispone di soluzioni analitiche di riferimento.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] R. Fedele, B. Raka, F. Hild, S. Roux, *J. of the Mechanics and Physics of Solids*, 57(7) (2009) 1003.
- [2] G. Besnard, F. Hild, S. Roux, *Experimental Mechanics* 46 (2006) 789.
- [3] F. Hild, S. Roux, *Strain*, 42 (2006) 69.



- [4] M. J. Van den Bosch, P. J. G. Schreurs, M. G. D. Geers, *Engineering Fracture Mechanics*, 73 (2006) 1220.
- [5] G. Bolzon, R. Fedele, G. Maier, *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, 191 (2002) 2947.
- [6] T. F. Coleman, Y. Li, *SIAM J. of Optimization* 6(2) (1996) 418.