

## Determinazione del campo di singolarità di sforzi all'apice di cricche corte

M. Madia

*Dipartimento di Meccanica, Politecnico di Milano, Via La Masa 34 – 20156 Milano, e-mail: mauro.madia@polimi.it*

### SOMMARIO

La progettazione a fatica di componenti meccanici ha da sempre dovuto fronteggiare la presenza di difetti all'interno del materiale, difetti che derivano naturalmente dai processi tecnologici del ciclo produttivo e che, con la loro presenza, possono pregiudicare la vita a fatica del componente stesso.

A tale proposito, la letteratura presenta numerosi lavori che mettono in relazione la dimensione del difetto con il limite a fatica del materiale e con la soglia di propagazione. Partendo dall'analisi dei risultati di prove di fatica condotte su un acciaio dolce, si è evidenziata una dipendenza dei valori della soglia e del limite di fatica dalla forma del difetto oltre che dalla dimensione.

Uno studio più approfondito del campo di sforzo all'apice della cricca ha cercato di mettere in relazione tale comportamento con un differente valore di costrizione locale avvalendosi di analisi agli elementi finiti mirate alla determinazione del campo di singolarità all'apice della cricca. I risultati ottenuti sono stati analizzati alla luce delle più moderne teorie, considerando i valori del *Q-stress* e del *T-stress*. Si è inoltre confrontato lo stato di triassialità di fronte all'apice dei differenti difetti.

### ABSTRACT

Fatigue design of mechanical components has to deal always with the presence of defects inside the material; defects derive naturally from the technological and production processes and their presence can lead to a reduction of fatigue life for the component.

Several works can be found in literature about this topic, many of them show a relationship between fatigue limit and defect size as well as between threshold and defect size. The present work starts from the analyses of several fatigue tests on a mild steel, in which a dependence of the fatigue limit on the defect shape has been shown.

Further analyses of the singular stress field ahead of micro-defects, by means of *FEM*, have been performed in order to find a relationship between the difference in fatigue limit and the value of the constraint factor for different defect shapes. The results have been analyzed in terms of *Q-stress* and *T-stress* values, according to what can be found in many works. The triaxiality ahead of the crack has been compared among the different defects.

### 1. INTRODUZIONE

Nella progettazione di componenti meccanici soggetti a fatica, ed in particolare nel caso di fatica ad alto numero di cicli, è opportuno considerare la presenza di difetti che possono essere generati dai processi produttivi del materiale stesso (tipicamente inclusioni), oppure dai processi tecnologici adottati come possono essere, per esempio, la formazione di ossidi nel processo di forgiatura o le cavità di ritiro durante la fase di raffreddamento a valle della colata del materiale. Si vengono a creare quindi delle inhomogeneità all'interno del materiale e quindi nel componente finale, a meno che non si riesca

ad avere un controllo sulla loro presenza o se ne disponga una riduzione attraverso processi tecnologici, ove questo non determini un innalzamento insostenibile dei costi produttivi. In generale, quindi, una corretta progettazione deve tenere conto della presenza dei difetti ed in particolare del massimo difetto che può essere trovato all'interno del materiale.

I lavori svolti da Murakami *et al.* [1][2] hanno permesso di determinare il comportamento di un materiale nel caso in cui siano presenti dei difetti; in particolare è stato mostrato come il limite di fatica e la soglia di propagazione del materiale siano dipendenti dalla dimensione del difetto, tale parametro risulta quindi fondamentale ed è espresso in termini di  $\sqrt{\text{area}}$ .

Murakami ed Endo [3] hanno mostrato come si possa fare una ulteriore divisione in due classi a seconda che si stiano considerando difetti interni o superficiali; le sperimentazioni da loro svolte hanno portato alla determinazione di due relazioni qualitativamente uguali, ma quantitativamente differenti per quanto riguarda la soglia di propagazione in materiali metallici.

Il diverso effetto è stato analizzato in un lavoro recente da Beretta *et al.* [4]; a valle di numerose prove di fatica condotte su provini aventi difetti di forma diversa, si è evidenziato un diverso comportamento in termini di limite di fatica e di soglia. Tramite analisi ad elementi finiti si è cercato di spiegare il fenomeno adducendolo ad un diverso livello del fattore di costrizione all'apice della cricca.

Il presente lavoro è una diretta conseguenza di tali evidenze e punta all'approfondimento nella conoscenza del campo di sforzi all'apice dei diversi difetti considerati. In particolare, appellandosi agli originali lavori di Hutchinson, Rice e Rosengren [5][6], così come ai lavori più recenti presenti in letteratura [7][8][9][10], si è esaminato il campo di sforzi rivolgendo particolare interesse a quelle grandezze utili alla definizione del fattore di costrizione locale e globale (J-integral, Q-stress e T-stress).

Sono state quindi svolte numerose analisi ad elementi finiti su diversi tipi di difetti e per diverse condizioni di carico al fine di determinare il campo degli sforzi. I risultati delle analisi agli elementi finiti hanno confermato le leggi di previsione del campo di sforzi di fronte all'apice del difetto evidenziando la dipendenza del campo degli sforzi solamente da due parametri. Dal confronto diretto tra due tipologie diverse di difetti, si è inoltre riscontrata una netta differenza in termini di triassialità, confermando le ipotesi su un diverso valore di costrizione locale.

## 2. EVIDENZE SPERIMENTALI

Il materiale analizzato è un acciaio dolce che viene impiegato nella produzione di tubi per applicazioni meccaniche. E' stata eseguita una serie di prove [4] atte a caratterizzarne il comportamento meccanico, in particolare sono state effettuate delle prove di trazione ( $E = 203000 \text{ MPa}$ ,  $R_{p0.2} = 585 \text{ MPa}$ ) e prove cicliche ( $E_{cyc} = 204000 \text{ MPa}$ ,  $R_{p0.05, cyc} = 365 \text{ MPa}$ ).

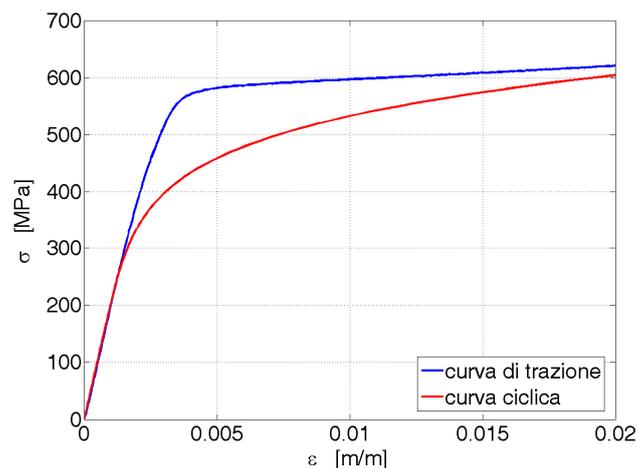


Fig. 1 – Comportamento meccanico del materiale

Dal confronto tra curva monotona e curva ciclica si mette in evidenza un addolcimento del materiale soggetto a carichi ciclici (Fig. 1).

Sono state inoltre effettuate numerose prove per la determinazione del limite di fatica del materiale considerando differenti valori di  $\sqrt{\text{area}}$ : a tale scopo sono stati utilizzati provini su cui è stato introdotto un micro intaglio artificiale. Risulta di particolare interesse notare che i difetti nei provini non si differenziano soltanto per la diversa dimensione, ma anche per la diversa forma; in particolare si sono utilizzati difetti rotondi ( $\sqrt{\text{area}}=375\mu\text{m}$ ) ricavati tramite micro foratura (Fig. 2.a) e difetti lunghi ottenuti

per elettro erosione (Fig. 2.b). Le dimensioni tipiche degli intagli lunghi sono:  $1 \times 0.1 \times 0.12$  equivalente ad un  $\sqrt{\text{area}}$  di  $150 \mu\text{m}$ ;  $2 \times 0.2 \times 0.12$  equivalente ad un  $\sqrt{\text{area}}$  di  $630 \mu\text{m}$ ;  $3 \times 0.3 \times 0.12$  equivalente ad un  $\sqrt{\text{area}}$  di  $950 \mu\text{m}$ .

Prove sono state eseguite anche su provini lisci. I test sono stati effettuati a due diversi rapporti di ciclo ( $R = -1$  e  $R = 0.1$ ), usando delle sequenze brevi *stair-case* per ogni difetto, e si sono considerati non rotti i provini sopravvissuti a  $12 \cdot 10^6$ . Il limite di fatica corrispondente ad ogni  $\sqrt{\text{area}}$  è stato ricavato applicando il metodo di Hodge-Rosenblatt.

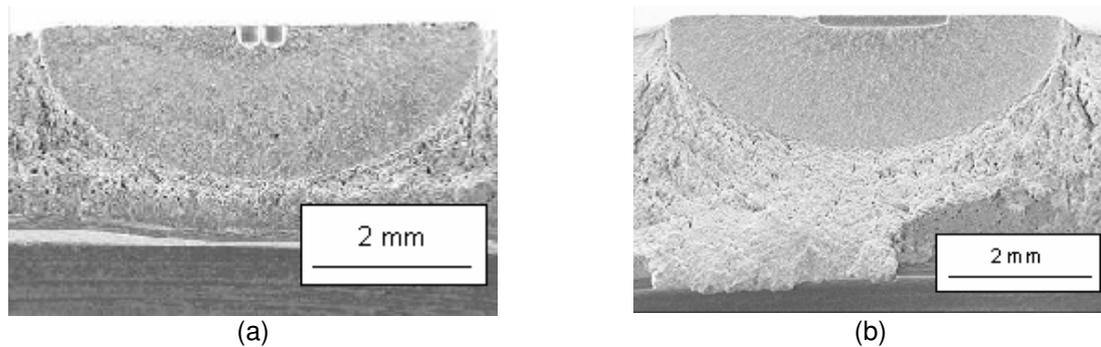


Fig. 2 – Immagini SEM delle due tipologie di difetto analizzate: a) difetto rotondo ( $\sqrt{\text{area}} = 375 \mu\text{m}$ ); b) difetto lungo ( $\sqrt{\text{area}} = 630 \mu\text{m}$ )

Secondo quanto riportato da Murakami [3] e sulla base delle evidenze sperimentali ottenute, è possibile osservare la presenza di cricche non propaganti nei provini sopravvissuti, in quanto il limite di fatica rappresenta la condizione di non propagazione per le cricche che nucleano all'apice dei difetti. Risulta quindi possibile considerare i risultati ottenuti non solo alla luce del limite di fatica, ma anche in termini di soglia per diversi rapporti di ciclo e diversa grandezza dei difetti (Fig. 3). I valori riportati in Fig. 3 sono stati normalizzati rispetto al valore di soglia per cricche lunghe ( $\Delta K_{\text{th,LC}} = 7.35 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  [4]).

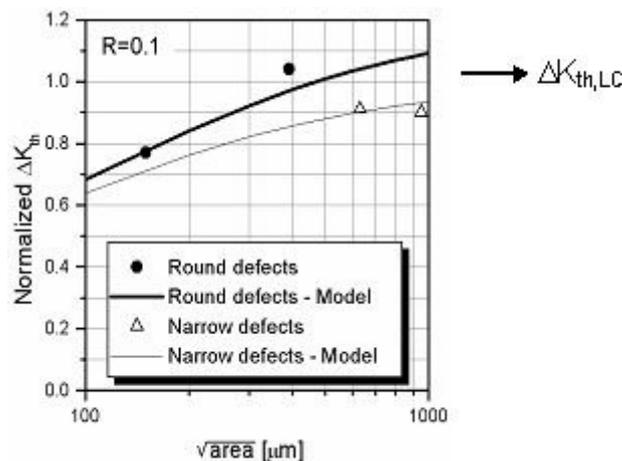


Fig. 3 – Risultati delle prove sperimentali di fatica in presenza di difetto artificiale ( $R = 0.1$ ) in termini di soglia

Come si evince dalla Fig. 3, i risultati relativi alle prove di fatica seguono un andamento differente a seconda che consideri la tipologia di difetto rotondo piuttosto che lungo. Sembra quindi che un ruolo importante venga giocato da qualche altro parametro diverso da  $\sqrt{\text{area}}$ , in particolare il fattore di costrizione sembra giocare un ruolo fondamentale, ruolo che è stato analizzato tramite analisi ad elementi finiti.

### 3. ANALISI AD ELEMENTI FINITI

Il problema relativo alla corretta e completa determinazione del campo di sforzi all'apice di difetti è ben conosciuto ed è presente in molti lavori in letteratura. A partire dai primi lavori risalenti al 1968 da parte di Hutchinson, Rice e Rosengren [5][6], si sono succedute numerose ricerche sull'argomento con l'intento di definire il campo di sforzo e deformazione, parimenti a quello di spostamento, sulla base di pochi e significativi parametri. La progressiva diffusione del *FEM* ha portato ad un confronto tra i valori

ricavati dalle analisi e quelli derivanti dalla teoria *HRR*, arrivando alla definizione di parametri come il *Q-stress*. Più in generale, si è cercato di aggiungere una serie di termini di ordine superiore alla soluzione di riferimento data dalla *HRR*, in modo da riuscire a rendere al meglio l'effettivo andamento dei campi di singolarità.

### 3.1 Modello ad elementi finiti

Un punto fondamentale alla base delle analisi ad elementi finiti è la scelta della curva del materiale, ovvero, come caratterizzarne il comportamento. Tutti i lavori presenti in letteratura sono basati su una formulazione alla Ramberg-Osgood del materiale, la particolarità è che tale legge è stata utilizzata per definire le caratteristiche statiche del materiale, ovvero è stata usata per l'interpolazione dei dati relativi al comportamento monotono [8]. Nella presente ricerca si è tenuto conto della risposta ciclica e non di quella monotona (Fig. 1).

Il modello geometrico a cui si è fatto riferimento è una semplificazione del provino usato durante le prove di fatica; si è utilizzata una geometria prismatica a base quadrata in cui è stato ricavato l'intaglio. Il rapporto tra l'altezza del provino e la sua lunghezza ( $h/L$ ) è pari a 0.1 mentre il rapporto tra profondità di cricca ed altezza ( $a/h$ ) risulta variabile tra 0.01 e 0.03, a seconda del difetto considerato.

Una ulteriore distinzione nasce dal tipo di analisi che sono state condotte, infatti sono state eseguite sia analisi in regime di deformazione piana usando modelli piani (Fig. 4.a), sia analisi tridimensionali (Fig. 4.b). Nel primo caso la modellazione del difetto si è ridotta alla sola dimensione di profondità, mentre nel secondo caso si è riprodotta l'effettiva estensione del difetto. In questa fase si sono inoltre sfruttate tutte le possibili simmetrie a disposizione, ciò vuol dire che il provino piano è stato modellato solo per metà (Fig. 4.a) e che si è considerato un solo ottavo di quello tridimensionale (Fig. 4.b). Per quanto riguarda quest'ultimo si è ricorsi alla tecnica del *sub-modelling*, ossia si è estratto un sotto modello rappresentante la zona di interesse all'apice del difetto (Fig. 4.c e 4.d).

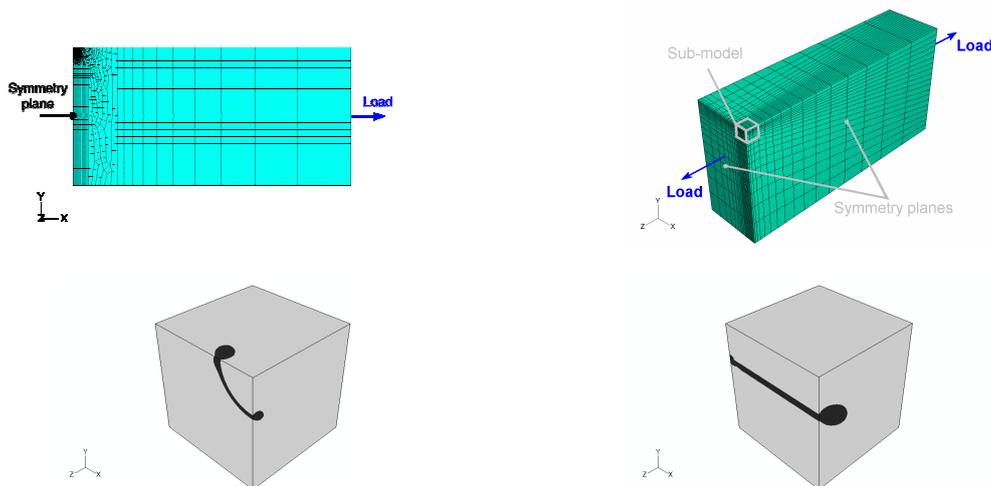


Fig. 4 – Modelli ad elementi finiti con evidenziati i piani di simmetria ed i carichi applicati: a) deformazione piana; b) modello globale tridimensionale; c) sotto modello per difetto rotondo; d) sotto modello per difetto lungo

In Fig. 4 sono stati messi in evidenza anche i carichi applicati, si è considerato in tutte le analisi uno sforzo remoto di sola trazione con valori da 150 a 350 MPa a seconda del limite di fatica corrispondente alla dimensione ed alla tipologia del difetto considerato. I carichi applicati al sottomodello nelle analisi tridimensionali sono rappresentati dagli spostamenti nodali del modello globale sui piani che definiscono il sottomodello.

Un punto cruciale nella modellazione è stata la scelta della taglia degli elementi finiti nella regione dell'apice della cricca in modo da riuscire a cogliere il campo di singolarità, in un lavoro recente di Brocks e Yuan [9] viene fatto riferimento ad una dimensione pari a  $1/100000$  della profondità di cricca (un'indicazione valida per cricche lunghe), con considerevoli conseguenze sul numero di incognite da risolvere. Una analisi di sensibilità sulle dimensioni di griglia ha portato nel presente lavoro a considerare soddisfacenti dimensioni di  $1/500a$  per le analisi in regime di deformazione piana e di  $1/400a$  per le analisi tridimensionali.

Gli elementi a cui si è fatto ricorso sono a 8 nodi nelle analisi di deformazione piana e a 20 nodi in quelle tridimensionali, in entrambe i casi gli elementi sono ad integrazione ridotta.

### 3.2 Risultati

Lo scopo delle analisi ad elementi finiti è stato quello di riuscire a capire e definire l'andamento del campo di singolarità degli sforzi e di confrontarlo con le teorie presenti a riguardo. In particolare si sono prese in considerazione la teoria *HRR*, quella *J-Q* e quella *J-A<sub>2</sub>* [7][8][9]. Queste ultime due rappresentano una evoluzione della prima perché introducono termini di ordine superiore per riuscire a definire meglio l'andamento del campo di sforzi all'apice della cricca.

L'espressione relativa alla teoria *J-Q* (nel caso particolare in cui gli sforzi di apertura vengano valutati sul piano della cricca) è [9]

$$\sigma = \sigma_0 \left( \frac{EJ}{\alpha \sigma_0^2 I_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma} + Q \sigma_0 \quad (1)$$

in cui il significato delle varie quantità è il seguente: *E* è il modulo elastico ciclico del materiale, *J* è l'integrale *J*,  $\alpha$  è un parametro della legge di Ramberg-Osgood,  $\sigma_0$  è lo snervamento ciclico, *n* è l'esponente della legge di Ramberg-Osgood, *I<sub>n</sub>* e  $\tilde{\sigma}$  sono dei valori tabulati dipendenti dai parametri del materiale, *r* è la distanza dall'apice e *Q* è il *Q-stress*. Il *Q-stress* è la differenza tra lo sforzo reale presente all'apice e quella data dalla soluzione di riferimento, ovvero dalla *HRR*. *Q* può essere quindi scritto come

$$Q = \frac{\sigma_{FEM} - \sigma_{HRR}}{\sigma_0}, \quad \text{per} \quad \frac{r}{J/\sigma_0} = 2 \quad (2)$$

Risulta importante notare come la valutazione del *Q-stress* sia eseguita in un punto preciso, pari a due in un sistema di coordinate adimensionalizzato rispetto alla quantità *J/σ<sub>0</sub>*. Tale quantità è un valido indice della estensione della zona plastica, in quanto è direttamente proporzionale all'intensità del campo di sforzi e inversamente proporzionale allo snervamento.

In Fig. 5 sono riportati i risultati relativi ad analisi in deformazione piana e tridimensionali per un difetto avente  $\sqrt{\text{area}}=950 \mu\text{m}$ , con uno sforzo applicato di 250 MPa. Per quanto riguarda il difetto tridimensionale, l'analisi è relativa alla sezione di simmetria longitudinale, in cui è presente uno stato di deformazione piana. Vengono inoltre messi in evidenza due limiti, pari a 1 e 5 nel sistema adimensionalizzato, corrispondenti ai limiti di validità per la teoria *J-Q*.

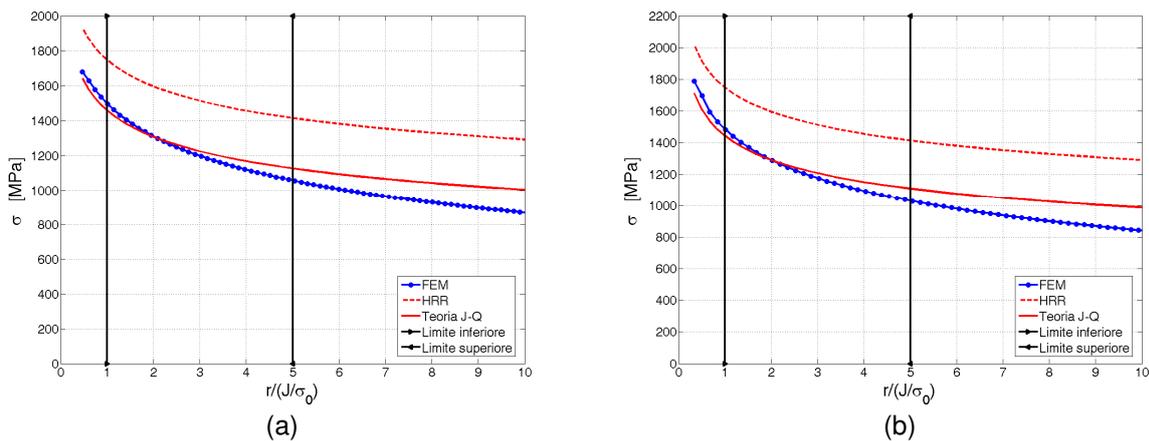


Fig. 5 – Andamento degli sforzi all'apice di un difetto lungo con  $\sqrt{\text{area}} = 950 \mu\text{m}$  e con uno sforzo applicato di 250 MPa: a) deformazione piana; b) tridimensionale

Dall'andamento delle curve riportate in Fig. 5 si evince che l'introduzione di un termine in più nella espressione del campo di sforzi porta ad una sua migliore definizione, risulta altresì evidente come sia presente ancora una forte discrepanza tra i risultati delle analisi ad elementi finiti e quanto prescritto dalla teoria, un solo termine non risulta quindi sufficiente.

La teoria *J-A<sub>2</sub>* [7][8] ha preso spunto da queste considerazioni; il campo di sforzo viene definito da una serie, generalmente composta da tre o quattro termini, in cui il termine di grado uno è ancora rappresentato dalla soluzione di riferimento data dalla *HRR*:

$$\sigma = \sigma_0 \left[ A_1 r^{-\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}^{(1)} + A_2 r^{s_2} \tilde{\sigma}^{(2)} + \frac{A_2^2}{A_1} r^{s_3} \tilde{\sigma}^{(3)} \right] \quad \text{dove} \quad A_1 = \left( \frac{EJ}{\alpha \sigma_0^2 I_n} \right)^{\frac{1}{n+1}} \quad (3)$$

Gli esponenti di  $r$  nei termini di ordine superiore sono quantità note ed in particolare dipendono da  $n$  se l'approssimazione viene fatta con termini elasto plastici, mentre è possibile reperirli come valori tabulati se l'approssimazione viene fatta con termini plastici. Anche i termini  $\tilde{\sigma}^{(i)}$  risultano noti in quanto i valori possono essere reperiti in numerosi lavori presenti in letteratura [7] o calcolati risolvendo le equazioni differenziali che definiscono il campo di sforzo. Quello che risulta importante sottolineare è quindi che anche in questo caso è possibile riprodurre il campo singolare solo tramite le due sole quantità  $J$  e  $A_2$  in quanto tutte le altre risultano note ed in generale dipendenti dalle sole caratteristiche del materiale. Il valore della variabile  $A_2$  viene calcolato in maniera analoga a quanto visto per  $Q$ .

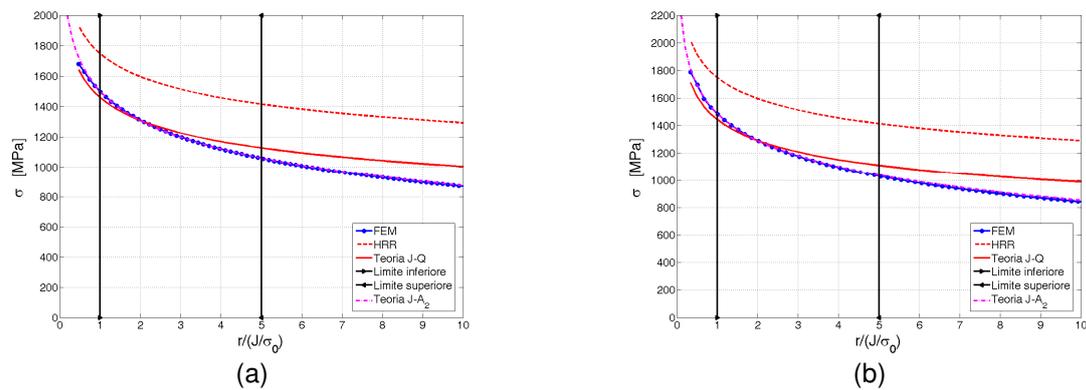


Fig. 6 – Andamento degli sforzi all'apice di un difetto lungo con  $\sqrt{\text{area}} = 950\mu\text{m}$  e con uno sforzo applicato di 250 MPa: a) deformazione piana; b) tridimensionale

In Fig. 6 viene mostrato il confronto tra i risultati ottenuti con la teoria  $J-A_2$  e con la teoria  $J-Q$  in cui risulta evidente che la prima consente di riprodurre in maniera molto più efficace ciò che accade all'apice della cricca sia per stato di deformazione piana che nel caso tridimensionale.

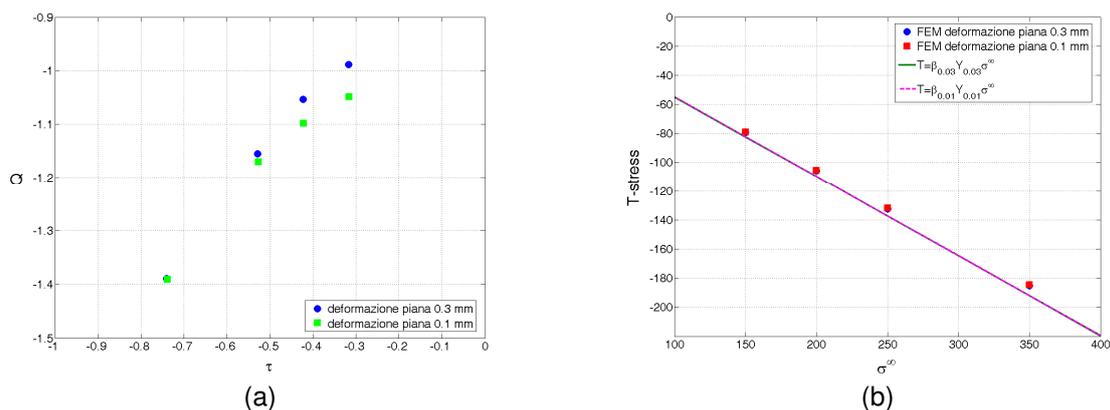


Fig. 7 – Valutazione del rapporto tra  $Q$  e  $\tau$  (a) e dipendenza del  $T$ -stress dallo sforzo remoto applicato (b)

Dall'analisi dei risultati in regime di deformazione piana e tridimensionali relativi a difetti lunghi, risulta evidente che il campo singolare di sforzi è riprodotto con sufficiente accuratezza dalla teoria  $J-Q$  e con un più alto grado di precisione dalla teoria  $J-A_2$ . Ciò vuol dire che, partendo da pochi dati sul materiale e dallo stato di sollecitazione applicato ( $J$ ), è possibile conoscere in maniera esaustiva lo stato di sforzo all'apice della cricca. Tale assunto risulta in accordo con quanto riportato da Brocks e Yuan [9], per cui lo stato di sforzo è dominato dalla soluzione in deformazione piana se  $a/h < 0.05$ . Sotto tali condizioni è possibile fare un ulteriore passo mettendo in relazione il valore del  $Q$ -stress con quello del  $T$ -stress [9], sforzo che si genera in direzione parallela all'apice della cricca. E' stato

mostrato come esista una relazione di tipo cubico tra  $Q$  e  $\tau$  ( $T/\sigma_0$ ), in cui il valore delle costanti dei singoli monomi è dipendente solo dalle caratteristiche del materiale.

La Fig. 7.a mette in evidenza come, nonostante il materiale sia il medesimo per entrambe i difetti, le curve si scostino l'una dall'altra per bassi valori di  $\tau$ , sembra esistere una dipendenza dalla profondità di cricca.

In letteratura sono presenti molti lavori [10] anche sulla dipendenza del valore del  $T$ -stress dallo sforzo remoto  $\sigma^\infty$ , in particolare questo tipo di relazione è lineare ed il coefficiente angolare della retta dipende solo dalle caratteristiche del materiale, dal tipo di sforzo applicato (trazione o flessione) e dal fattore di forma della cricca ( $Y$ ). Le relazioni esistenti e l'andamento dei risultati ottenuti sono mostrati in Fig. 7.b dalla quale si evince il buon accordo tra valori teorici e risultati numerici.

Allo scopo di verificare le ipotesi fatte sulla differenza tra difetti lunghi e difetti rotondi, ovvero che una variazione del fattore di costrizione è alla base della variazione del limite di fatica, si sono messi a confronto i risultati ottenuti per il difetto lungo con quelli del difetto rotondo (Fig. 8.a), considerando per entrambi un rapporto  $a/h$  pari a 0.03.

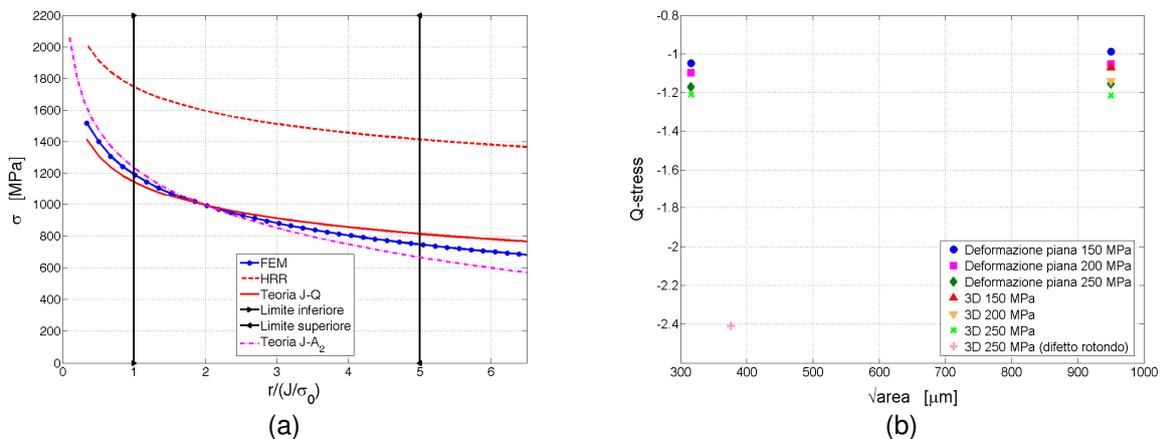


Fig. 8 – Andamento degli sforzi all'apice di un difetto rotondo con  $\sqrt{\text{area}} = 375\mu\text{m}$  e con uno sforzo applicato di 250 Mpa (a); variazione di  $Q$  in funzione della  $\sqrt{\text{area}}$  (b)

Confrontando la Fig. 8.a con la Fig. 6.b si possono mettere in luce due importanti differenze tra lo stato di sforzo proprio di un difetto lungo e quello di un difetto rotondo: a parità di profondità, il difetto rotondo è caratterizzato da un  $Q$ -stress (o analogamente da un  $A_2$ ) molto minore, questo significa che a pari sforzo remoto applicato lo sforzo di apertura all'apice risulta minore per un difetto rotondo che per un difetto lungo; il secondo aspetto che risulta evidente è che non esiste più alcun vantaggio nel considerare la teoria  $J$ - $Q$  piuttosto che la teoria  $J$ - $A_2$ . In generale sembra che la soluzione, nel caso di un difetto rotondo, si discosti da quella propria dello stato di deformazione piana. Risulta parimenti importante analizzare il comportamento in termini di  $Q$  a pari  $\sqrt{\text{area}}$ , quindi per uguale dimensione del difetto. Anche in questo caso, a pari sforzo remoto applicato, il  $Q$ -stress risulta minore per il difetto rotondo (Fig. 8.b). La conseguenza immediata ed importante del minore  $Q$ -stress evidenziato dalla cricca rotonda, è da collegare alla valutazione del fattore di costrizione nel piano data da Newman [11], cioè uno stato di sforzo minore all'apice della cricca, a pari sforzo applicato, è indice di un minore fattore di costrizione. Le analisi svolte danno quindi ragione della differenza apprezzata nelle evidenze sperimentali.

Altro parametro importante per valutare lo stato di sforzo dovuto al campo singolare è il fattore di triassialità, inteso come il rapporto tra la componente idrostatica del tensore di deformazione e lo sforzo di snervamento ( $\sigma_m/\sigma_0$ ), in quanto è rappresentativo del campo di sforzi nelle tre direzioni, prendendo in considerazione non solo gli sforzi nel piano, ma anche quelli fuori piano. Sono presenti in letteratura [9] numerose soluzioni che dimostrano come  $\sigma_m/\sigma_0$  risulti dipendente solo da  $Q$  in maniera lineare:

$$\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_0}\right) = \left(\frac{E}{2\alpha I_n}\right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_m + Q \quad (4)$$

essendo tutte le altre quantità in Eq.(4) dipendenti solo dalle costanti del materiale.

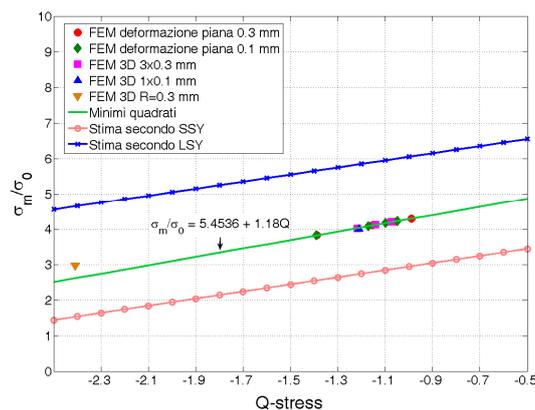


Fig. 9 – Andamento del fattore di triassialità in funzione di  $Q$

La Fig. 9 mette in evidenza i risultati ottenuti in termini di triassialità per tutte le simulazioni eseguite. La retta inferiore e quella superiore fanno riferimento, rispettivamente, alla soluzione in caso di *small scale yielding* (SSY) e *large scale yielding* (LSY), ossia in presenza di piccole o elevate deformazioni. Ad una elevata plasticizzazione corrisponde un più alto fattore di triassialità. Risulta di una certa importanza notare come tutti i risultati relativi a difetti lunghi siano interpolati da una unica retta, qualunque siano la dimensione del difetto e lo sforzo applicato. Ciò vuol dire che il fattore di triassialità può essere valutato in maniera univoca dal solo valore del  $Q$ -stress per tutta questa classe di difetti. E' altresì importante notare come il difetto rotondo, oltre ad esibire un valore di  $Q$  molto più basso rispetto alla classe dei difetti lunghi, esibisce un comportamento che si discosta dall'andamento lineare rappresentato dagli altri difetti, ovvero, si evidenzia una triassialità maggiore di quella che sarebbe propria di un difetto lungo avente il medesimo  $Q$ -stress. Nella valutazione fatta a pari profondità di difetto o a pari  $\sqrt{\text{area}}$  e non a pari  $Q$ , il valore di  $\sigma_m/\sigma_0$  assume un valore minore per un difetto rotondo rispetto un difetto lungo.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] Y. Murakami, *Metal fatigue: effects of small defects and nonmetallic inclusions*, Elsevier, 2002
- [2] Y. Murakami, S. Beretta, "Small defects and inhomogeneities in fatigue strength: experiments, models and statistical implications", *Extremes*, Vol.2, 1999
- [3] Y. Murakami, M. Endo, "Effect of defects, inclusions and inhomogeneities on fatigue strength", *Int. J. Fatigue*, Vol. 16, 1994
- [4] S. Beretta, M. Carboni, M. Madia, "Fatigue strength in presence of inhomogeneities: influence of constraint", *Journal of ASTM International*, Vol. 3, 2006
- [5] J. W. Hutchinson, "Singular behaviour at the end of a tensile crack in a hardening material", *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 16, 1968, pp. 13-31
- [6] J. R. Rice, G. F. Rosengren, "Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material", *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 16, 1968, pp. 1-12
- [7] S. Yang, Y. J. Chao, M. A. Sutton, "High order asymptotic crack tip fields in a power-law hardening material", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 45, 1, 1993, pp. 1-20
- [8] N. P. O'Dowd, "Applications of two parameter approaches in elastic-plastic fracture mechanics", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 52, 3, pp. 445-465, 1995
- [9] H. Yuan, W. Brocks, "Quantification of constraint effects in elastic-plastic crack front fields", *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 46, 2, 1998, pp. 219-241
- [10] P. S. Leevers, J. C. Radon, "Inherent stress biaxiality in various fracture specimen geometries", *Int. J. of Fracture*, Vol. 19, 1982, pp. 311-325
- [11] J. C. Newman, Jr., C. A. Bigelow, K. N. Shivakumar, "Three dimensional elastic-plastic finite-element analyses of constraint variations in cracked bodies", *Nasa Technical Memorandum 107704*, 1993