

# INFLUENZA DEL RINFORZO NELLA PROPAGAZIONE DELLA FRATTURA DI VOLTE IN MURATURA

G. FERRO, M. IPPERICO, V. PIGNATA

*Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Politecnico di Torino, Italia*

## SOMMARIO

Il presente articolo applica i concetti della Meccanica della Frattura allo studio di archi in muratura consolidati mediante FRP. Si considera dapprima il problema dell'assestamento per fessurazione di archi ribassati, assumendo per il materiale murario una legge costitutiva puramente elastica abbinata ad una condizione di crisi per fessurazione.

Il modello discreto ad una fibra [1] proposto per l'analisi della risposta costitutiva a flessione di travi in cemento armato, viene esteso al caso di strutture murarie voltate. Le fibre di rinforzo vengono considerate, al pari delle barre d'armatura in una sezione di calcestruzzo, per l'azione di cucitura (*bridging*) che esercitano tra le facce della fessura di cui controllano l'apertura e la propagazione. Tale azione di *bridging* viene quindi modellata mediante forze concentrate di richiusura agenti alla bocca della fessura, ovvero laddove è collocato il rinforzo in FRP.

## 1. INTRODUZIONE

Il rinforzo mediante applicazione di nastri in FRP all'intradosso e/o all'estradosso delle strutture voltate, incide sulle modalità di collasso alterando il meccanismo di formazione delle cerniere. Le tensioni di trazione, venutesi a creare a seguito della parzializzazione della sezione, vengono assorbite dal rinforzo stesso. Analogamente a quanto avviene nelle sezioni in c.a., la crisi dell'arco rinforzato (crisi di tipo globale) sopraggiunge per schiacciamento della muratura (raggiungimento del limite di resistenza a rottura della muratura) o per superamento della resistenza a trazione delle fibre [2].

Nel caso di strutture ad arco in muratura i metodi di calcolo tradizionali, calcolo elastico e a rottura, creano non poche incertezze [3]. Da un lato, lo schema di calcolo elastico (metodo delle tensioni ammissibili) considera le strutture totalmente compresse e poi verifica che la curva delle pressioni non fuoriesca dal terzo medio della sezione, senza indagare sul comportamento della struttura nella fase fessurativa. Dall'altro lato, il calcolo a rottura (metodo agli stati limite) ipotizza la muratura come materiale non resistente a trazione e poi verifica che la curva delle pressioni non cada al di fuori dello spessore murario dell'arco stesso. Entrambi gli schemi di calcolo non sono tuttavia in grado di cogliere quella fase intermedia di danneggiamento della struttura, che si verifica durante il processo di carico e che immediatamente segue e precede le situazioni relative agli schemi tradizionali di calcolo [4]. Inoltre, sia il calcolo elastico, che descrive la struttura fino al sorgere della prima non-linearità, sia il calcolo a rottura, che invece considera solo l'ultima condizione prima del collasso finale, non consentono una stima adeguata dell'effettivo contributo apportato dal rinforzo in FRP.

L'incremento delle prestazioni di una struttura muraria rinforzata con FRP è assicurato qualora si crei uno stato tensionale di trazione nel rinforzo stesso, che in tal modo è in grado di sopperire alla trascurabile resistenza a trazione del materiale murario.

Il presente lavoro riprende i risultati di un lavoro di Carpinteri [5] sull'effetto della propagazione di fratture in un arco in muratura ed estende l'analisi all'applicazione di rinforzi di tipo FRP.

## 2. LEGGI COSTITUTIVE

La legge costitutiva che meglio rappresenta il comportamento di un materiale in muratura naturale o artificiale potrebbe essere rappresentata da una legge costitutiva elasto-*softening* (Figura 1). Ciò equivale a considerare semplicemente una legge costitutiva elastica abbinata ad una condizione di crisi per fessurazione in accordo con i concetti della Meccanica della Frattura; ovvero il materiale presenta un comportamento puramente elastico con possibilità di formazione ed estensione di fessure.

I compositi fibrorinforzati, invece, sono materiali eterogenei che presentano un comportamento anisotropo. Sottoposti a sollecitazione di trazione in una data direzione, ad esempio quella delle fibre, essi mostrano una risposta elastica lineare fino alla tensione di rottura [6].

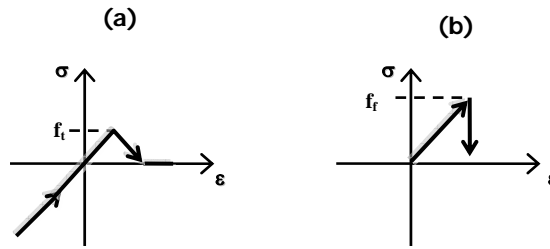


Figura 1. Leggi costitutive: (a) Muratura; (b) FRP.

### 3. MECCANISMI DI APERTURA E CHIUSURA DELLA FESSURA

Come già anticipato, il materiale elasto-*softening* sarà considerato come materiale puramente elastico con la possibilità di formazione ed estensione della fessura. Una tale ipotesi è valida soltanto quando la struttura è sufficientemente grande così che i profili tensionali, previsti dalla Meccanica della Frattura Elastica Lineare [7], possano svilupparsi in vicinanza dell'apice della fessura.

Come parametro di danno viene considerata la profondità normalizzata della fessura  $\xi = a/b$  (Figura 2.a), e come parametro di carico, il fattore di intensificazione degli sforzi  $K_I$  (Figura 2.b) che rappresenta un fattore di amplificazione del campo tensionale quando i carichi sono simmetrici rispetto alla fessura (per es.: sforzo assiale e momento flettente). Si trascurerà il taglio.

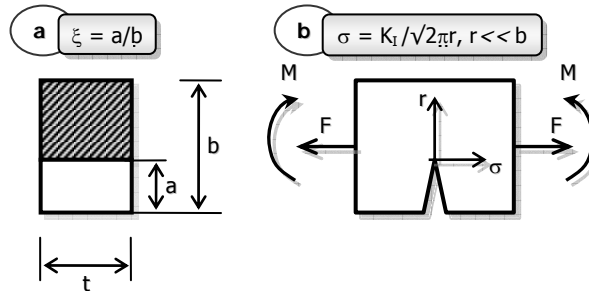


Figura 2: Elemento trave fessurato: a) parametro di danno  $\xi$ ; b) parametro di carico  $K_I$ .

E' interessante ricordare il significato energetico di  $K_I$ : il quadrato di tale parametro – a meno di un fattore di proporzionalità – rappresenta l'energia elastica rilasciata dal sistema per unità di estensione virtuale della fessura. Quando  $K_I$  raggiunge il suo valore critico  $K_{IC}$ , vuol dire che tale estensione da virtuale diviene reale, poiché l'energia rilasciata in un'estensione elementare di fessura è sufficiente a fornire l'energia di superficie della nuova geometria.

Il momento flettente produce un fattore di intensificazione degli sforzi all'apice della fessura esprimibile come [8]:

$$K_{IM} = \frac{M}{b^{3/2} t} Y_M(\xi) \quad (1)$$

mentre la forza assiale di trazione  $F$  produce il fattore:

$$K_{IF} = \frac{F}{b^{1/2} t} Y_F(\xi) \quad (2)$$

ove le funzioni  $Y_M$  e  $Y_F$ , per  $0 \leq \xi \leq 0,7$ , sono date da [8]:

$$Y_M(\xi) = 6 \times (1.99\xi^{1/2} - 2.47\xi^{3/2} + 12.97\xi^{5/2} - 23.17\xi^{7/2} + 24.80\xi^{9/2}) \quad (3)$$

$$Y_F(\xi) = 1.99\xi^{1/2} - 0.41\xi^{3/2} + 18.70\xi^{5/2} - 38.48\xi^{7/2} + 53.85\xi^{9/2} \quad (4)$$

Quando la forza assiale  $F$  è di compressione e il momento flettente  $M$  tende ad aprire la fessura, come solitamente accade negli archi in muratura, è possibile ottenere il fattore totale di intensificazione degli sforzi applicando il Principio di Sovrapposizione degli Effetti:

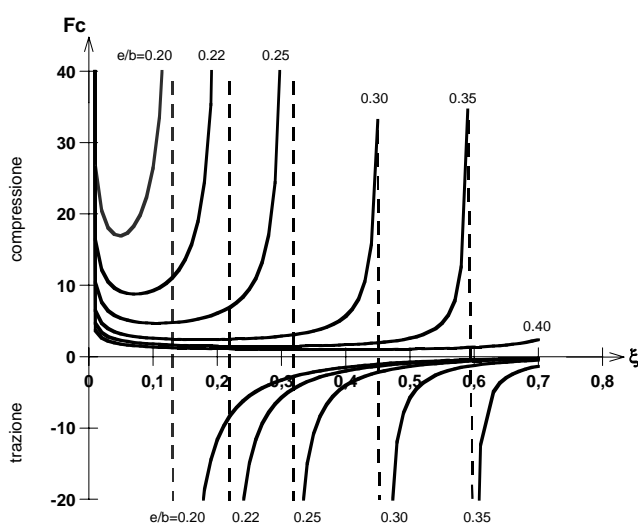
$$K_I = K_{IM} - K_{IF} = \frac{F}{b^{1/2} t} \cdot \left[ \frac{e}{b} Y_M(\xi) - Y_F(\xi) \right] \quad (5)$$

dove  $e$  rappresenta l'eccentricità della forza assiale equivalente.

Dalla condizione di criticità  $K_I = K_{IC}$ , si può ottenere la forza assiale adimensionale di apertura della fessura, come una funzione della profondità della fessura  $\xi$  e variando l'eccentricità relativa  $e/b$  del carico [9]:

$$\tilde{F}_c = \frac{F_C}{b^{1/2}tK_{IC}} = \frac{I}{\frac{e}{b}Y_M(\xi) - Y_F(\xi)} \quad (6)$$

Le curve di Figura 3 rappresentano graficamente l'espressione (6) e mostrano come - fissata l'eccentricità  $e/b$  - il processo di fessurazione raggiunga una condizione di stabilità solo dopo averne presentata una instabile. Se il carico  $F$  non ha la possibilità di seguire il ramo instabile discendente della curva  $e/b = \text{costante}$ , in un processo di scarico "strain-softening", la fessurazione avrà un comportamento catastrofico ed il punto rappresentativo avanzerà orizzontalmente nel diagramma di Figura 3 fino ad incontrare di nuovo la curva  $e/b = \text{costante}$  sul suo ramo stabile. D'altra parte, la possibilità di rilassamento del carico, e poi il comportamento fessurativo più o meno catastrofico, dipendono dalle caratteristiche geometriche e meccaniche della struttura e in particolare dal grado di ridondanza e dalle dimensioni (effetti di scala).



**Figura 3:** Processo di fessurazione in una trave caricata assialmente.

E' inoltre importante considerare che, per ogni profondità relativa della fessura  $\xi$ , esiste un'eccentricità relativa  $e/b$ , al di sotto della quale la fessura tende, almeno in parte, a chiudersi nuovamente. Dalla condizione di richiusura  $K_I = 0$ , si ottiene:

$$\frac{e}{b} = \frac{Y_F(\xi)}{Y_M(\xi)} \quad (7)$$

La curva di Figura 4 rappresenta graficamente l'equazione (7). I punti al di sotto della curva rappresentano fessure e condizioni di carico per cui  $K_I < 0$ .

#### 4. MODELLO TEORICO

Il modello teorico al quale si fa riferimento è rappresentato dal modello discreto ad una fibra proposto da Carpinteri [11] per l'analisi della risposta costitutiva a flessione di materiali fragili rinforzati con un singolo strato di fibre continue. Il modello [12], che si basa sui concetti della Meccanica della Frattura Elastica Lineare, verrà qui esteso al caso delle volte in muratura.

Nel caso di archi in muratura l'azione esercitata dal rinforzo fibroso, in opposizione all'apertura ed alla propagazione della fessura, è rappresentata da due forze incognite di richiusura applicate alla bocca della fessura, ovvero in corrispondenza della massima apertura.

Si consideri la sezione trasversale di un arco in muratura soggetta ad un momento flettente  $M$  che tenda ad aprire la fessura e ad una forza assiale  $F$  di compressione. Siano inoltre  $b$  e  $t$  rispettivamente l'altezza e lo spessore (Figura 2.a). Si trascurerà l'azione di taglio. La muratura viene rappresentata come materiale *elasto-softening*, rinforzata da una fibra continua di FRP.

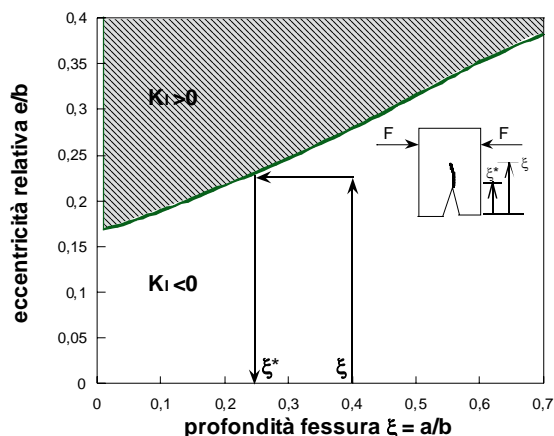


Figura 4: Curva di richiusura della fessura.

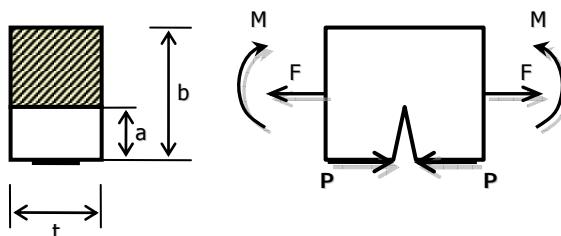


Figura 5: Elemento trave fessurato rinforzato con FRP.

Al fine di analizzare la risposta costitutiva a flessione della sezione muraria viene definito lo schema di Figura 5 che ipotizza l'esistenza di una fessura di profondità  $a$  su cui agiscono delle forze concentrate  $P$  incognite di richiusura, rappresentanti l'effetto *bridging* esercitato dalla fibra sulla fessura. Viene inoltre considerata la profondità normalizzata della fessura  $\xi = a/b$ . Il criterio di propagazione della fessura viene assunto in accordo alla Meccanica della Frattura Elastica Lineare.

La relazione costitutiva tra la forza reattiva esercitata dall'FRP e lo scorrimento relativo FRP-muratura è assunta rigido-plastica. La forza di *bridging*  $P$  dipende dall'apertura della fessura  $w$  al livello del rinforzo in FRP secondo una relazione rigido-plastica (Figura 6). L'apertura  $w$  della fessura avviene a seguito di uno scorrimento relativo all'interfaccia fra i due materiali, qualora venga superata la tensione limite di aderenza, aderenza che in genere è minore della resistenza ultima della fibra in FRP.

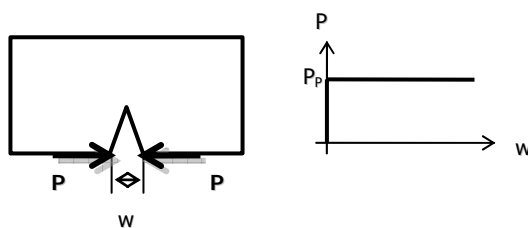


Figura 6: Relazione rigido-plastica  $P-w$ .

Il valore massimo  $P_p$  della forza *bridging* è definito come prodotto dell'area dell'elemento di rinforzo,  $A_{frp}$ , per  $\sigma_y$  che rappresenta la tensione presente nella fibra al limite di scorrimento.

Si assuma un campo tensionale singolare misurato dal fattore di intensificazione delle tensioni  $K_I$ . Applicando il Principio di Sovrapposizione degli Effetti è possibile esprimere il fattore di intensificazione relativo alla sezione in esame come somma dei fattori di intensificazione delle tensioni  $K_{IM}$  (dovuto al momento flettente  $M$ ),  $K_{IF}$  (relativo alla forza assiale  $F$  di compressione) e  $K_{IP}$  (relativo alle forze di *bridging*  $P$ ).

I fattori di intensificazione delle tensioni  $K_{IM}$  e  $K_{IF}$  sono dati dalle equazioni (1) e (2).

D'altra parte il fattore di intensificazione delle tensioni, prodotto dalle forze  $P$  agenti al livello del rinforzo fibroso, è dato da:

$$K_{IP} = \frac{P}{b^{1/2}t} Y_P \left( \frac{c}{a}, \xi \right) \quad (8.a)$$

ove  $c$  è la distanza dall'intradosso nel caso generale. Nel caso specifico, essendo  $c=0$ , dal momento che le fibre sono applicate come indicato in Figura 5, si ottiene:

$$K_{IP} = \frac{P}{b^{1/2}t} Y_P(\xi) \quad (8.b)$$

dove  $Y_P$  è funzione della profondità normalizzata della fessura  $\xi = a/b$ .

La funzione polinomiale  $Y_P$ , per  $0 \leq \xi \leq 0.7$ , ha la seguente espressione [13]:

$$Y_P(\xi) = -\frac{0,83}{(1-\xi)^{3/2}} \times \frac{2}{\sqrt{\pi\xi}} \quad (9)$$

In Figura 7 a-b-c sono diagrammate le funzioni di forma  $Y_F$ ,  $Y_M$  ed  $Y_P$ .

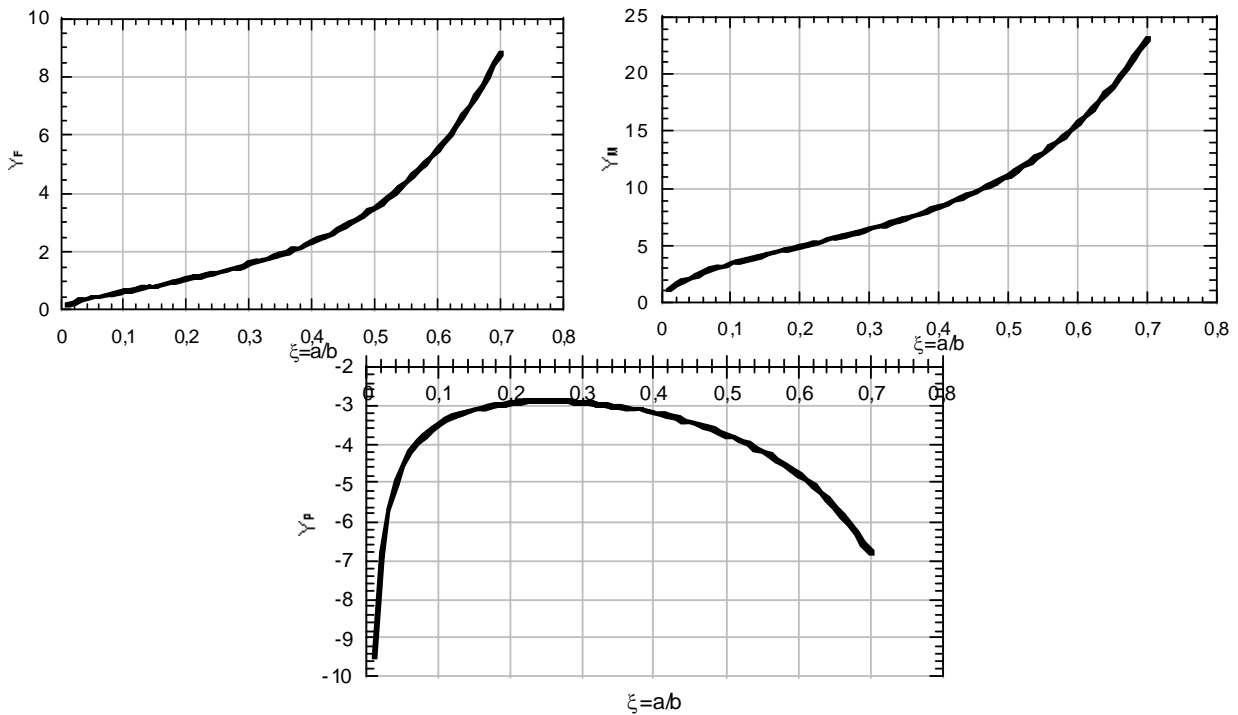


Figura 7 a-b-c: Funzioni di forma.

Quando  $K_I$  uguaglia il fattore di intensificazione critico  $K_{IC}$ , che rappresenta, nel caso in esame, la tenacità della muratura ed è deducibile da prove sperimentali, si ha la condizione di propagazione della fessura.

Applicando il Principio di Sovrapposizione degli Effetti è possibile ottenere il fattore di intensificazione delle tensioni all'apice della fessura:

$$K_I = K_{IM} - K_{IF} - K_{IP} = \frac{M^*}{b^{3/2}t} Y_M(\xi) - \frac{F^*}{b^{1/2}t} Y_F(\xi) - \frac{P}{b^{1/2}t} Y_P(\xi) \quad (10)$$

ove,  $M^*$  rappresenta il momento flettente globale agente sulla sezione trasversale rinforzata con FRP, ed è pari a:

$$M^* = Fe - P \frac{b}{2} \quad (11)$$

mentre  $F^* = F$  è lo sforzo normale agente sulla sezione rinforzata.

Indicando con  $e$  l'eccentricità della forza assiale equivalente, l'espressione (10) può essere riscritta nella seguente forma:

$$K_I = \frac{F}{b^{1/2}t} \left[ \frac{e}{b} Y_M(\xi) - Y_F(\xi) \right] - \frac{P}{b^{1/2}t} Y_P(\xi) \quad (12)$$

La forza incognita  $P$  può essere valutata imponendo la condizione di congruenza secondo la quale l'apertura  $w$  della fessura a livello della fibra in FRP si mantiene nulla fino al raggiungimento del limite di scorrimento, definito da  $P = P_p$ . Si ha quindi la seguente condizione:

$$w = \Delta w_M + \Delta w_F + \Delta w_P = \lambda_{wM} M^* - \lambda_{wF} F^* - \lambda_{wP} P = 0 \quad (13)$$

dove  $\Delta w_M$ ,  $\Delta w_F$ ,  $\Delta w_P$ , rappresentano la variazione di apertura della fessura rispettivamente dovuta al momento flettente  $M^*$ , allo sforzo normale  $F^*$  ed alla forza bridging  $P$ , mentre  $\lambda_{wM}$ ,  $\lambda_{wF}$ ,  $\lambda_{wP}$  sono le relative cedevolezza locali.

L'apertura  $w$  della fessura, può essere calcolata mediante il Teorema di Castigliano:

$$w = - \frac{\partial U_F}{\partial P} \quad (14)$$

ove  $U_F$  è l'energia di deformazione del corpo dovuta all'introduzione della fessura, con i carichi considerati costanti, mentre il segno negativo dipende dal verso di  $P$  che tende a richiudere la fessura. La relazione che lega  $U_F$ , la forza di propagazione generalizzata  $G$ , il fattore di intensificazione delle tensioni,  $K_I$ , ed il modulo di Young,  $E$ , è la seguente:

$$U_F = - \int_0^{\xi} G b t d\xi = - \int_0^{\xi} \frac{K_I^2}{E} b t d\xi \quad (15)$$

Sostituendo la (12) nella (17) si ha:

$$\begin{aligned} w &= - \frac{\partial}{\partial P} \int_0^{\xi} \frac{(K_{IM} - K_{IF} - K_{IP})^2}{E} b t d\xi = \\ &= - \frac{\partial}{\partial P} \int_0^{\xi} \frac{(K_{IM}^2 + K_{IF}^2 + K_{IP}^2 - 2K_{IM}K_{IF} - 2K_{IM}K_{IP} + 2K_{IF}K_{IP})}{E} b t d\xi \end{aligned} \quad (16)$$

Sostituendo nella (16) i valori delle (1), (2), (8.b), si ottiene la seguente espressione:

$$w = M^* \int_0^{\xi} \frac{2Y_P(\xi)Y_M(\xi)}{b t E} d\xi - F^* \int_0^{\xi} \frac{2Y_P(\xi)Y_F(\xi)}{t E} d\xi - P \int_0^{\xi} \frac{2Y_P^2(\xi)}{t E} d\xi \quad (17)$$

Confrontando la (17) con la (13), si ricavano le cedevolezza locali  $\lambda_{wM}$ ,  $\lambda_{wF}$ ,  $\lambda_{wP}$ , rispettivamente dovute al momento flettente  $M^*$ , allo sforzo normale  $F^*$  ed alla forza bridging  $P$ :

$$\lambda_{wM} = \frac{2}{b t E} \int_0^{\xi} Y_M(\xi)Y_P(\xi) d\xi \quad (18) \quad \lambda_{wF} = \frac{2}{t E} \int_0^{\xi} Y_P(\xi)Y_F(\xi) d\xi \quad (19)$$

$$\lambda_{wP} = \frac{2}{t E} \int_0^{\xi} Y_P^2(\xi) d\xi \quad (20)$$

In Figura 8 a.b.c sono diagrammate le cedevolezza al variare della profondità della fessura  $\xi$ .

Andando a sostituire i valori delle cedevolezza espressi dalle (18), (19), (20) nella (13) si ottiene:

$$P = \frac{M^*}{b} \cdot r^I(\xi) - F^* r^{II}(\xi) \quad (21)$$

dove  $r^I(\xi)$  ed  $r^{II}(\xi)$  sono definiti rispettivamente come segue:

$$r^I(\xi) = \frac{\int_0^{\xi} Y_M Y_P d\xi}{\int_0^{\xi} Y_P^2 d\xi} \quad r^{II}(\xi) = \frac{\int_0^{\xi} Y_M Y_F d\xi}{\int_0^{\xi} Y_P^2 d\xi} \quad (22)$$

Sostituendo la (11) nell'equazione (21), si perviene alla definizione della forza bridging  $P$ , adimensionalizzata rispetto alla forza  $F$ :

$$\frac{P}{F} = \frac{\frac{e}{b} \int_0^{\xi} Y_P(\xi)Y_M(\xi) d\xi - \int_0^{\xi} Y_P(\xi)Y_F(\xi) d\xi}{\frac{1}{2} \int_0^{\xi} Y_P(\xi)Y_M(\xi) d\xi + \int_0^{\xi} Y_P^2(\xi) d\xi} \quad (23)$$

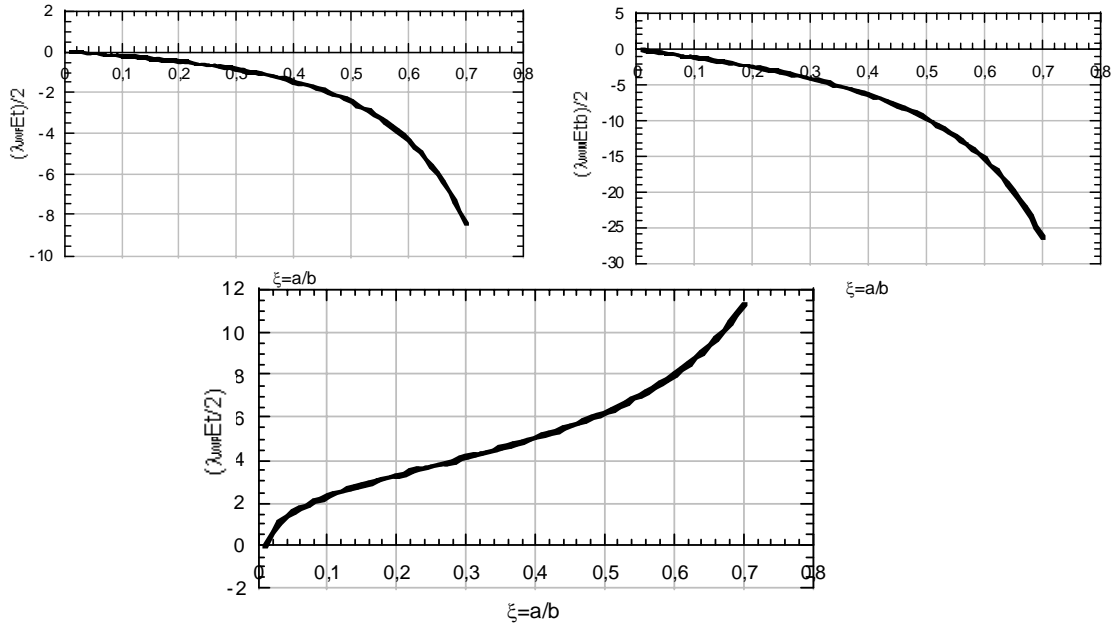


Figura 8 a-b-c: Relazione rigido-plastica P-w.

In Figura 9 è mostrato l'andamento della forza adimensionalizzata di *bridging* al variare della profondità della fessura.

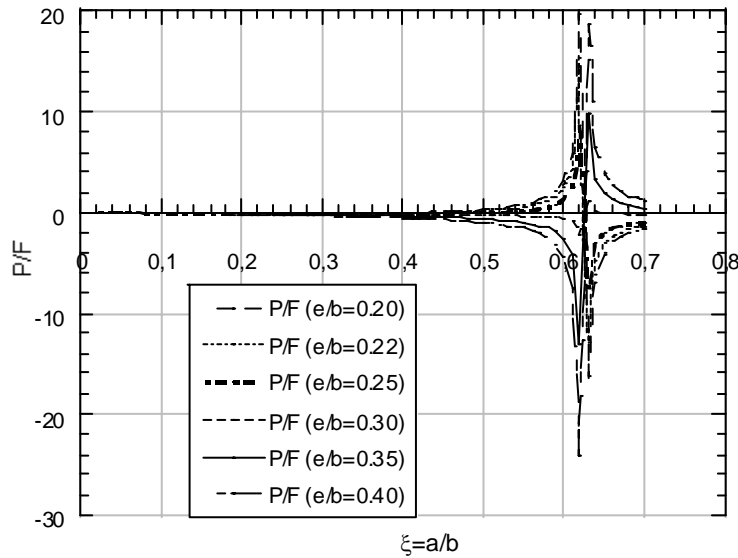


Figura 9: Reazione iperstatica.

Se  $P < P_P$  vale l'equazione (10), se invece  $P = P_P$  il fattore di intensificazione  $K_I$  è definito come segue:

$$K_I = K_{IM} - K_{IP} - K_{IF} = \frac{M^*}{b^{3/2}t} Y_M(\xi) - \frac{P_P}{b^{1/2}t} Y_P(\xi) - \frac{F^*}{b^{1/2}t} Y_F(\xi) \quad (24)$$

Sostituendo l'espressione di  $P$ , definita dalla (21), nella (10), si ottiene:

$$K_I = M^* \left( \frac{Y_M(\xi)}{b^{3/2}t} - \frac{Y_P(\xi)}{b^{3/2}t} \cdot r^I(\xi) \right) - F^* \left( \frac{Y_F(\xi)}{b^{1/2}t} - \frac{Y_P(\xi)}{b^{1/2}t} \cdot r^{II}(\xi) \right) \quad \text{se } P < P_P \quad (25)$$

Sostituendo l'espressione del fattore di intensificazione (25) nella condizione di criticità  $K_I = K_{IC}$ , è possibile ottenere il momento flettente applicato che porta la fessura al limite di propagazione. Questo è definito momento di frattura  $M_F$  ed ha la seguente espressione:

$$M_F^* = \frac{K_{IC} b^{3/2} t}{(Y_M - Y_P r^I(\xi))} - F^* b \frac{(Y_F - Y_P r^{II}(\xi))}{(Y_M - Y_P r^I(\xi))} \quad \text{se } P < P_P \quad (26)$$

Sostituendo la (24) nella condizione di criticità  $K_I = K_{IC}$ , si ottiene:

$$M_F^* = K_{IC} \frac{b^{3/2} t}{Y_M(\xi)} + F^* b \frac{Y_P(\xi)}{Y_M(\xi)} + P_P b \frac{Y_P(\xi)}{Y_M(\xi)} \quad (27)$$

Adimensionalizzando le relazioni (26) e (27), si ottiene:

$$\frac{M_F^*}{K_{IC} b^{3/2} t} = \frac{1}{(Y_M - Y_P r^I(\xi))} - \frac{F^* b}{K_{IC} b^{3/2} t} \cdot \frac{(Y_F - Y_P r^{II}(\xi))}{(Y_M - Y_P r^I(\xi))} \quad (28)$$

$$\frac{M_F^*}{K_{IC} b^{3/2} t} = \frac{1}{Y_M(\xi)} + \frac{F^*}{K_{IC} b^{1/2} t} \cdot \frac{Y_P(\xi)}{Y_M(\xi)} + N_P \frac{Y_P(\xi)}{Y_M(\xi)} \quad (29)$$

dove il numero dimensionale  $N_P$ , detto numero di fragilità, ha la seguente espressione:

$$N_P = \frac{P_P}{K_{IC} b^{1/2} t} = \frac{\sigma_y \rho b^{1/2}}{K_{IC}} \quad (33)$$

in cui  $\rho$  è la percentuale di armatura presente nel concio,  $\rho = \frac{A_f}{bt}$ , e  $\sigma_y$  rappresenta la tensione di snervamento del materiale costituente la fibra oppure, se la forza di *pull out* è inferiore alla forza di plasticizzazione, la tensione presente nella fibra al limite di scorrimento. Si può osservare che il numero di fragilità cresce al crescere della percentuale di FRP e dell'altezza della sezione e decresce al crescere della tenacità della matrice.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Carpinteri, A., "Application of Fracture Mechanics to Concrete Structures", Journal of the Structural Division, ASCE, Aprile 1982.
- [2] Pizzetti, G., Zorgno Trisciuglio, A. M., Principi statici e forme strutturali, UTET, 1980.
- [3] Modena, C., Valdemarca, M., Valluzzi, M. R., "Volte murarie rinforzate mediante FRP", L'Edilizia, n. 5-6, 1999, pp. 26-32.
- [4] Franciosi, V., "L'attrito nel calcolo a rottura delle murature", Giornale del Genio Civile, Fasc. 7-8-9, 1980, pp. 215-234.
- [5] Carpinteri, A., Scienza delle costruzioni, Pitagora Editrice Bologna, Vol. 1-2, 1995.
- [6] Carpinteri, A., Carpinteri, An., "Softening and Fracturing Process in Masonry Arches", Proceedings of the 6th International Brick Masonry Conference, Roma, 1982, pp. 502-510.
- [7] Ceriolo, L., Meccanica delle strutture in muratura rinforzate con FRP materials: modellazione, sperimentazione, progetto, controllo, Edizioni Libreria Cortina Padova, 2000.
- [8] Carpinteri, A., "A Fracture Mechanics Model for Reinforced Concrete Collapse", IABSE Colloquium Final Report, Delft, 2/4 Giugno, 1981.
- [9] Carpinteri, A., Di Tommaso, A., Viola, E., "On the limit bearing capacity of cracker masonry walls", AIMETA, Palermo, 1980.
- [10] Carpinteri, A., "Stiffness Loss and Fracture Resistance of a Cracked Beam with Circular Cross-Section", Meccanica, 1983.
- [11] Carpinteri, A., "Stability of fracturing process in RC beams", Journal of Structural Engineering, ASCE 110, 1984, pp. 544-558.
- [12] Ferro, G., "Multilevel Bridged Crack Model for High-Performance Concretes", Theoretical and Applied Fracture Mechanics 38, 2002, pp.177-190.
- [13] Tada, H., Paris, P. C., Irwin, G., The Stress Analysis of Cracks Handbook, second edition, Paris Productions Incorporated (and Del Research Corporation), St. Luis, Missouri, 1985.