

II FENOMENO DEL TENSION STIFFENING PER ELEMENTI TESI IN C.A. RINFORZATI CON MATERIALE COMPOSITO

B. Ferracuti, M. Savoia

*DISTART, Università di Bologna, Viale Risorgimento 2 - 40136 Bologna (BO),
e-mail: barbara.ferracuti@mail.ing.unibo.it, marco.savoia@mail.ing.unibo.it*

SOMMARIO

Nella presente memoria si propone una legge di tension-stiffening per elementi in c.a. rinforzati con materiale composito (tessuti o lamine in FRP). Tale legge è stata calibrata a partire da dati ottenuti attraverso simulazioni numeriche. Nel modello si tiene in conto il comportamento coesivo del calcestruzzo dopo la fessurazione, la variabilità all'interno dell'elemento della resistenza a trazione del calcestruzzo e leggi non lineari per l'interfaccia FRP-calcestruzzo e acciaio-calcestruzzo. I risultati ottenuti sono confrontati con quelli di elementi in c.a. non placcati per evidenziare il contributo irrigidente del rinforzo in materiale composito.

ABSTRACT

A tension – stiffening law for reinforced concrete elements strengthened by FRP – plate/sheets is proposed. It is calibrated through numerical simulations concerning FRP-strengthened RC tensile elements subject to axial loading. Discrete concrete cracking and non-linear bond-slip laws for FRP-concrete and steel-concrete interfaces are considered. Along the element, tensile strength of concrete is taken as a randomly varying variable. Starting from numerical data, tension-stiffening laws are calibrated, and results are compared with the case of unstrengthened elements. It is shown that the presence of an external reinforcement of small thickness provides for a significant reduction of axial deformability in the cracked range as well as for a strong reduction of width of transverse cracks in concrete.

1. INTRODUZIONE

Nel passato, lo studio di elementi in c.a. rinforzati con lamine o tessuti in FRP (Fiber Reinforced Polymer) si è principalmente rivolto al comportamento allo stato limite ultimo. A tutt'oggi sono disponibili solo pochi studi sul comportamento di tali elementi sotto carichi di esercizio, ed in particolare riguardanti deformabilità e fessurazione [1]. Questo aspetto è di grande importanza per le applicazioni pratiche nel campo del rinforzo strutturale, soprattutto per le sue conseguenze in termini di durabilità [2]. Infatti, eccessive deformazioni e aperture di fessure di travi soggette a carichi di esercizio possono causare un veloce deterioramento della struttura, principalmente se in ambiente aggressivo, poiché può ridurre l'efficacia della presenza del copriferro di calcestruzzo che protegge le armature.

I primi studi riguardanti elementi tesi in c.a. rinforzati con materiale composito soggetti a trazione mostrano che anche un sottile rinforzo in FRP può significativamente ridurre la deformabilità in campo fessurato [3], [4], [5], [6]. I risultati evidenziano infatti una riduzione delle dimensioni delle fessure, evitando così la repentina perdita di rigidità dell'elemento in c.a. dopo la prima fessurazione [5].

Nella presente memoria, è stato studiato l'effetto di tension-stiffening per un elemento teso in c.a. rinforzato con FRP. Nella modellazione si è tenuto conto del comportamento coesivo del calcestruzzo utilizzando il *fictitious crack model*. Per elementi rinforzati con FRP, le dimensioni delle fessure sono inferiori; di conseguenza, il contributo resistente del calcestruzzo fessurato è più rilevante rispetto al caso di elementi non rinforzati. Inoltre, il modello proposto utilizza due leggi non lineari per le interfacce acciaio-calcestruzzo e FRP-calcestruzzo. Le equazioni governanti sono state risolte con un approccio alle differenze finite.

Per individuare la posizione della formazione della prima fessura lungo l'elemento, la resistenza a trazione del calcestruzzo è stata definita variabile lungo l'elemento mediante un campo aleatorio gaussiano, fissando media, deviazione standard e lunghezza di correlazione. E' stata quindi condotta una serie di simulazioni numeriche (con differenti distribuzioni di resistenze del calcestruzzo lungo l'elemento) in modo da ottenere risultati numerici per la calibrazione di una legge di tension-stiffening in presenza del contributo irrigidente del calcestruzzo e della placca in FRP. E' stato infine condotto uno studio parametrico per la valutazione della larghezza e della distanza tra le fessure in funzione delle caratteristiche meccaniche e geometriche delle placche o dei fogli in FRP.

2. IL MODELLO PER ELEMENTI IN C.A. RINFORZATI CON MATERIALE COMPOSITO

Nel presente studio, si è considerato il caso di elementi tesi in c.a. rinforzati con materiale composito FRP (placche o tessuti). Tale elemento rappresenta idealmente la porzione tesa di una trave in flessa in c.a., rinforzata all'intradosso. La notazione adottata per spostamenti e tensioni è riportata in Figura 1. Per semplicità, si assume che i tre materiali (calcestruzzo, barre d'acciaio e FRP) siano soggetti solo a deformazione assiale. Gli spostamenti assiali e le risultanti per calcestruzzo, acciaio e placche in FRP sono indicati con u_c , u_s , u_p , N_c , N_s , N_p , mentre $s_p = u_p - u_c$, $s_s = u_s - u_c$ sono rispettivamente gli scorrimenti fra placca-calcestruzzo e acciaio-calcestruzzo. Sollecitazioni di tipo flessionale per il rinforzo in FRP possono essere trascurate in ragione della trascurabile rigidezza flessionale di quest'ultimo rispetto al quella del calcestruzzo.

I legami costitutivi adottati per calcestruzzo, placca ed acciaio teso sono elastici lineari. Al contrario, per le interfacce acciaio-calcestruzzo e placca-calcestruzzo sono stati utilizzati legami non lineari. Inoltre è stato considerato il comportamento ciclico dei materiali per tenere in conto il caso di possibili scarichi locali a causa dell'apertura di una nuova fessura.

2.1 Resistenza a trazione del calcestruzzo e comportamento coesivo dopo la fessurazione

La resistenza a trazione del calcestruzzo è tipicamente un parametro fortemente variabile lungo l'elemento in c.a., e da esso dipende la posizione delle fessure nel calcestruzzo teso. Al fine di tenere in conto tale variabilità, si è adottato un campo aleatorio mono-dimensionale omogeneo Gaussiano, caratterizzato da valori fissati di media, varianza e lunghezza di correlazione ϑ . Per un campo omogeneo, la correlazione fra due sezioni dipende solo dalla loro distanza relativa ξ e non dalla loro posizione; inoltre, media e varianza sono assunte costanti lungo l'elemento. E' stata scelta inoltre una funzione di correlazione di tipo esponenziale:

$$C(\xi) = \exp(-|\xi|/\vartheta) \quad (1)$$

Il campo aleatorio $R(x)$ che definisce la resistenza a trazione si scrive pertanto nella seguente forma:

$$R(x) = f_{ctm}(1 - S(x)) \quad (2)$$

dove f_{ctm} è la resistenza a trazione media e $S(x)$ è campo aleatorio mono-dimensionale omogeneo Gaussiano, a media nulla e varianza pari al quadrato del coefficiente di variazione della resistenza. A titolo di esempio, è stata riportata in Figura 4c una distribuzione della resistenza a trazione lungo l'elemento definita secondo il criterio sopra descritto. In tale grafico e negli esempi numerici che

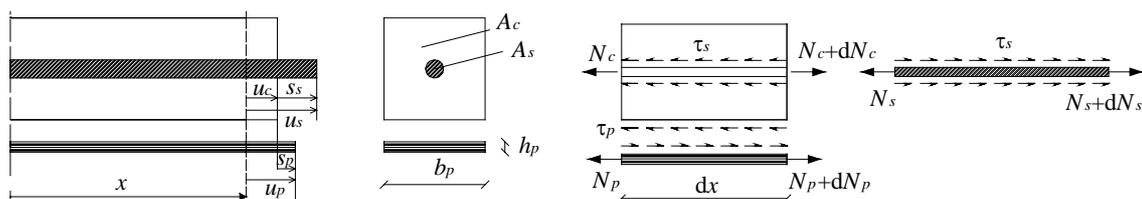


Figura 1: Notazione adottata per gli spostamenti, le risultanti e le tensioni tangenziali.

seguiranno, il campo aleatorio ha media $f_{ctm} = 3.64$ MPa, coefficiente di variazione $COV = 0.1$ e lunghezza di correlazione $\vartheta = 100$ mm.

Il comportamento del calcestruzzo è considerato elastico-lineare fino alla formazione di una fessura trasversale, che avviene quando la tensione nel calcestruzzo raggiunge la resistenza a trazione in quella sezione $f_{ct}(x)$. La formazione di una fessura viene quindi modellata attraverso il *fictitious crack model*, secondo il quale la tensione di trazione del calcestruzzo è funzione decrescente dell'apertura di fessura. Allo scopo di tenere in conto anche possibili scarichi locali a causa dell'apertura di una nuova fessura, è stato utilizzato il modello ciclico $\sigma_{ct} - w$ proposto da Hordijk [7].

2.2 Legge di interfaccia acciaio-calcestruzzo

Per la legge di interfaccia acciaio-calcestruzzo si adotta il classico modello proposto nel Model Code [8]. Anche in questo caso, è necessario definire leggi di tipo ciclico [9]. In alcuni casi, lo scorrimento può cambiare segno anche se il carico assiale cresce monotonicamente.

Inoltre, come ben noto, rigidità e resistenza dell'interfaccia è fortemente ridotta vicino alle superfici libere rappresentate da sezioni estreme o fessurate, a causa della assenza di confinamento del calcestruzzo. Questo fenomeno è stato evidenziato in diversi studi sperimentali e numerici riguardanti prove di pull-out di barre d'acciaio immerse nel calcestruzzo. Per modellare questo fenomeno, è stato definito un coefficiente di riduzione $c_s(x)$ della tensione tangenziale massima $\tau_{s,max}$ del legame di interfaccia acciaio-calcestruzzo, dove x indica la distanza da una superficie libera. Per il coefficiente di riduzione si è adottata una funzione lineare, il cui valore è 0 nella superficie libera (punto A) e 1 a distanza $x = l_{ds} = 5\phi$, dove la tensione tangenziale massima può essere raggiunta (si vedano le Figure 2-3). Il coefficiente di riduzione varia nello stesso modo in prossimità di una sezione fessurata.

2.3 Legge di interfaccia FRP - calcestruzzo

In [10], è stata proposta una legge di interfaccia FRP – calcestruzzo calibrata a partire da risultati sperimentali di prove di delaminazione. La legge adottata, di tipo frazionario, è la seguente:

$$\tau_p = \bar{\tau} \frac{s_p}{\bar{s}} \frac{n}{(n-1) + (s_p/\bar{s})^n}, \quad (3)$$

dove $\bar{\tau}$, \bar{s} sono la tensione tangenziale massima e lo scorrimento corrispondente, mentre n è un parametro che governa principalmente il ramo di softening. Secondo quanto riportato in [10], sono stati utilizzati nelle simulazioni numeriche per tali parametri i valori $\bar{\tau} = 6.64$ MPa, $\bar{s} = 0.038$ mm, $n = 3.64$. La legge di interfaccia corrispondente è riportata in Figura 3.

Risultati sperimentali di prove di delaminazione riportati in [11], [12], mostrano inoltre che, come nel caso dell'aderenza acciaio-calcestruzzo, resistenza e rigidità dell'interfaccia vicino ad un bordo libero sono minori rispetto che ad una certa distanza da esso. Analizzando i modi di rottura per delaminazione con ancoraggi che partono da un bordo libero, la distanza oltre la quale è possibile esplicitare la massima tensione tangenziale è stimabile in circa $l_{dp} = 30$ mm. Pertanto, anche per l'interfaccia placca-calcestruzzo $c_p(x)$ è stato adottato un coefficiente di riduzione variabile linearmente, uguale 0.5 in corrispondenza di un bordo libero o nelle sezioni fessurate (punto A in Figura 2) e 1 a $x = l_{dp} = 30$ mm (vedi Figure 2, 3b).

3. EQUAZIONI GOVERNANTI

Con riferimento alla Figura 1 per la notazione adottata, le equazioni di equilibrio, compatibilità e costitutive si scrivono nella seguente forma:

$$\frac{du_c}{dx} = \frac{1}{E_c A_c} N_c, \quad \frac{dN_c}{dx} = -n_b \pi \phi k_s(s_s) s_s + b_p k_p(s_p) \cdot s_p \quad (4)$$

$$\frac{du_s}{dx} = \frac{1}{E_s A_s} N_s, \quad \frac{dN_s}{dx} = n_b \pi \phi k_s(s_s) s_s \quad (5)$$

$$\frac{du_p}{dx} = \frac{1}{E_p A_p} N_p, \quad \frac{dN_p}{dx} = -b_p k_p(s_p) \cdot s_p \quad (6)$$

dove i pedici c , s , p indicano rispettivamente quantità relative a calcestruzzo, acciaio e rinforzo in FRP, N , A , E sono forza assiale, area e modulo di Young, $k_s(s_s)$, $k_p(s_p)$ sono le rigidità secanti dei legami non lineari di interfaccia calcestruzzo-acciaio e calcestruzzo-placca (includendo i coefficienti di riduzione delle tensioni tangenziali nelle regioni di bordo e vicino alle fessure, si veda la sezione precedente), b_p è la larghezza della placca, n_b , Φ sono numero e diametro delle barre d'acciaio.

Per risolvere il sistema non lineare di equazioni differenziali (4-6) si utilizza il metodo alle differenze finite (per maggiori dettagli si veda [5]), mentre per il sistema algebrico non lineare si adotta una procedura quasi-Newton con valori di rigidità tangente.

4. RISULTATI DELLE SIMULAZIONI NUMERICHE

A titolo di esempio, è riportata nel seguito una simulazione numerica condotta adottando la Sezione C riportata in Figura 8. È stata innanzitutto assegnata una distribuzione di resistenza a trazione lungo l'elemento teso e la simulazione è stata condotta in controllo di forza. Le distribuzioni lungo l'elemento di scorrimenti, tensioni normali e tangenziali al passo corrispondente alla formazione della terza fessura nel calcestruzzo sono riportati in Figure 4.

Nella Figura 5 è riportata inoltre la curva di tension-stiffening $\bar{\sigma} - \varepsilon_{sm}$ dove $\bar{\sigma}$ indica la forza applicata N divisa per l'area delle sole barre d'acciaio A_s e ε_{sm} è la deformazione media dell'acciaio. Tale deformazione è valutata in una porzione centrale dell'elemento di lunghezza $\Delta L = 500$ mm, allo scopo di eliminare gli effetti di bordo presenti all'estremità dell'elemento. Nella stessa figura, è riportato il comportamento della stessa sezione ma in assenza del rinforzo esterno. Come ben noto, in assenza di rinforzo la fessurazione si esplica ad un valore di forza pressoché costante (fessurazione primaria).

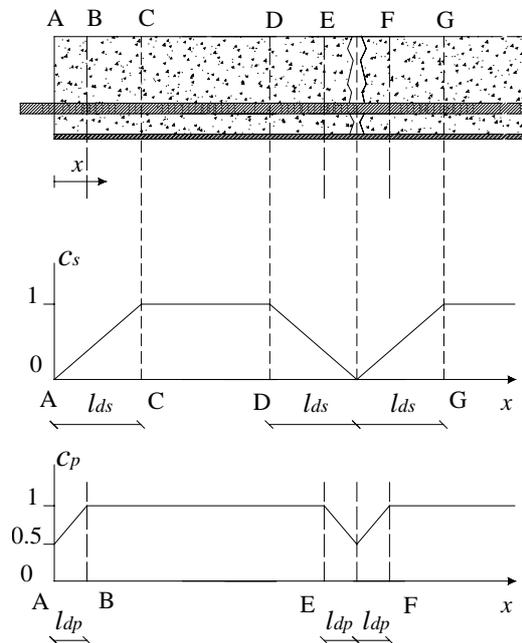


Figura 3. Coefficienti di riduzione della resistenza per le leggi di aderenza acciaio-calcestruzzo $c_s(x)$ e FRP - calcestruzzo $c_p(x)$.

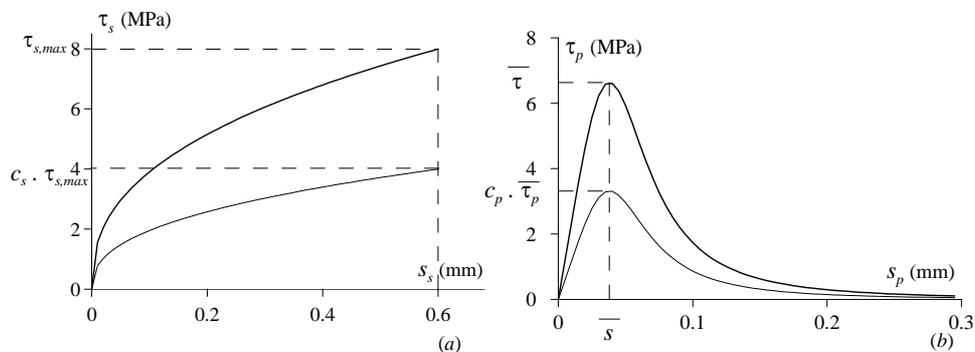


Figura 3: (a) Legge di aderenza acciaio – calcestruzzo per $c_s=1$ e in prossimità di sezioni di estremità e di fessure trasversali nel calcestruzzo; (b) legge di interfaccia FRP-calcestruzzo per $c_p=1$ in prossimità di sezioni di estremità e di fessure trasversali nel calcestruzzo.

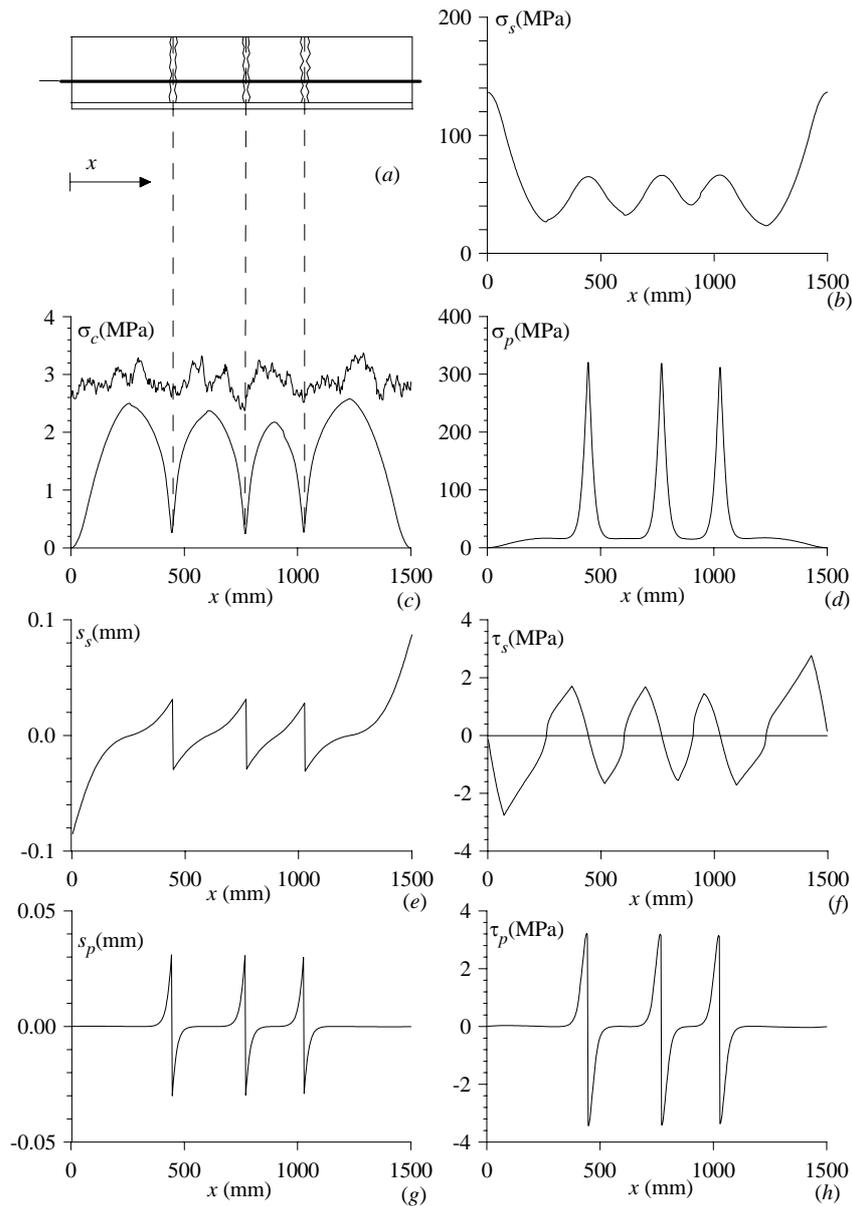


Figura 4: (a) Elemento teso in c.a. rinforzato con FRP, dopo la formazione delle prime tre fessure; (b, c, d) tensione normale nel calcestruzzo, nell'acciaio e nella lamina in FRP, (e, f) scorrimento e tensioni tangenziali acciaio – calcestruzzo, (g, h) scorrimento e tensioni tangenziali FRP – calcestruzzo.

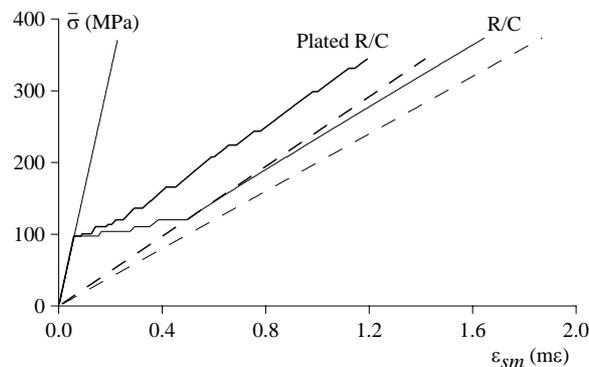


Figura 5: Curve di tensione – stiffening per l'elemento non rinforzato e per l'elemento rinforzato con FRP, ottenute dalle simulazioni numeriche. Le curve tratteggiate indicano la retta di stadio II, ottenuta trascurando il contributo irrigidente del calcestruzzo.

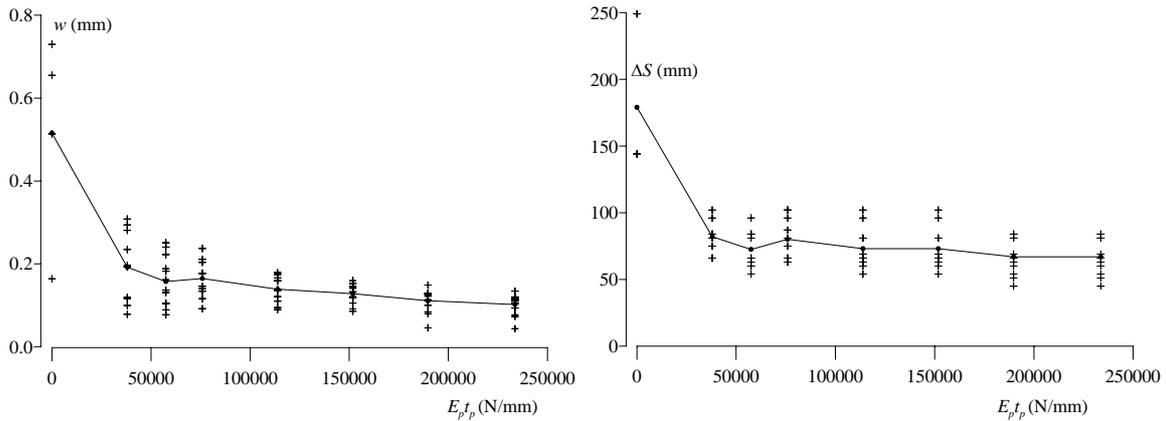


Figura 6: (a) Ampiezza di fessura e (b) distanza tra le fessure in funzione del parametro $E_p t_p$ ($E_p t_p = 0$ indica l'elemento in assenza del rinforzo): +++ Ampiezze delle varie fessure, —•— valore medio.

4. CALIBRAZIONE DELLA LEGGE DI TENSION – STIFFENING PER UN ELEMENTO PLACCATO

Per la calibrazione di una legge di tension stiffening per un elemento in c.a. placcato con FRP, sono state condotte tre simulazioni numeriche. Per ogni simulazione, è stata effettuata una differente estrazione della distribuzione del campo aleatorio della resistenza a trazione del calcestruzzo lungo l'elemento. In tale modo, è stata ottenuta una serie di valori nel piano $\bar{\sigma} - \varepsilon_{sm}$ corrispondenti ai punti medi dei tratti orizzontali corrispondenti alla formazione di nuove fessure, ove quindi la deformazione media aumenta a carico costante (si veda la Figura 7).

La legge di interpolazione adottata per descrivere il comportamento di tension-stiffening è quella proposta dal Model Code (1990), scritta nella seguente forma:

$$\varepsilon_{sm} = (\varepsilon_{II} - \gamma \cdot \Delta\varepsilon_{sm,max}) \cdot \left[1 - \left(\frac{\bar{\sigma}_{cr}}{\bar{\sigma}} \right)^\alpha \right] + \varepsilon_I \cdot \left(\frac{\bar{\sigma}_{cr}}{\bar{\sigma}} \right)^\alpha \quad \text{for } \bar{\sigma} > \bar{\sigma}_{cr} \quad (7)$$

dove ε_I e ε_{II} sono le deformazioni per la sezione non fessurata (Stadio I, con $\bar{\sigma} = k_I \varepsilon_I$ e $k_I = E_s A_s + E_p A_p + E_c A_c$) e completamente fessurata (Stadio II, con $\bar{\sigma} = k_{II} \varepsilon_{II}$ e $k_{II} = E_s A_s + E_p A_p$). Inoltre, $\bar{\sigma}_{cr} = N_{cr}/A_s$, dove N_{cr} è lo sforzo assiale corrispondente alla formazione della prima fessura, e $\Delta\varepsilon_{sm,max} = \varepsilon_{II} - \varepsilon_I$ per $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_{cr}$. Infine, α e γ (con $0 < \gamma < 1$) sono due parametri incogniti, che vengono valutati attraverso un procedimento di minimizzazione dell'errore tra legge di interpolazione e dati ottenuti dalle simulazioni numeriche. Il parametro γ indica la posizione dell'asintoto della curva di tension stiffening parallelo alla retta di Stadio II. A titolo di confronto, il Model Code (1990) suggerisce $\gamma = 0.4$ per elementi in c.a. non rinforzati e soggetti ad un carico di breve durata. Al contrario, il parametro α governa principalmente la concavità del tratto di transizione fra Stadio I ed il comportamento asintotico per elevati valori di deformazione media.

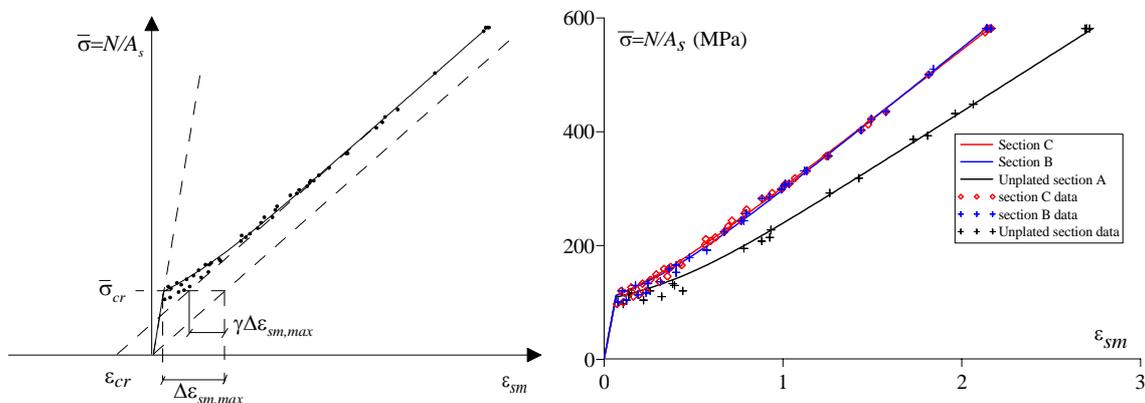


Figura 7: (a) La legge di tension – stiffening adottata; (b) curve ottenute mediante interpolazione dei dati numerici per le Sezioni A, B, C indicate in Figura 8.

Sono stati considerati tre diversi casi (si vedano la Figura 8 e la Tabella 1): un elemento non rinforzato (Sezione A) e due sezioni rinforzate rispettivamente con lamina in FRP di larghezza 150 mm e due strati di tessuto in FRP di larghezza 350 mm (uguale quindi alla larghezza della trave). I valori dei parametri $\bar{\sigma}_{cr}$, α , γ ottenuti dall'interpolazione dei risultati numerici sono riportati in Tabella 2. Innanzitutto è interessante notare che la presenza di un rinforzo esterno modifica solo leggermente la tensione $\bar{\sigma}_{cr}$ dell'acciaio corrispondente alla prima fessurazione. Al contrario, il rinforzo esterno ha un effetto benefico nel campo fessurato. Infatti, non solo risulta maggiore la rigidità del ramo di Stadio II rispetto al caso dell'elemento non rinforzato (come mostrato in Figura 5), ma anche il contributo irrigidente del calcestruzzo in trazione risulta maggiore, come confermato da un valore superiore del parametro γ .

	Sezione A	Sezione B	Sezione C
$L \times b_c \times h_c, c$ [mm]	1500×350×75, 30	1500×350×75, 30	1500×350×75, 30
f_{cm}, f_{ct}, E_c [MPa]	36.4, 3.64, 33640	36.4, 3.64, 33640	36.4, 3.64, 33640
A_s, E_s [mm ² , N/mm ²]	616, 200000	616, 200000	616, 200000
$b_p \times t_p, E_p$ [mm, N/mm ²]		150×1.2, 180000	(350×0.165)×2, 230000

Tabella 1: Caratteristiche geometriche e meccaniche delle sezioni considerate nelle simulazioni numeriche (vedi Figura 8).

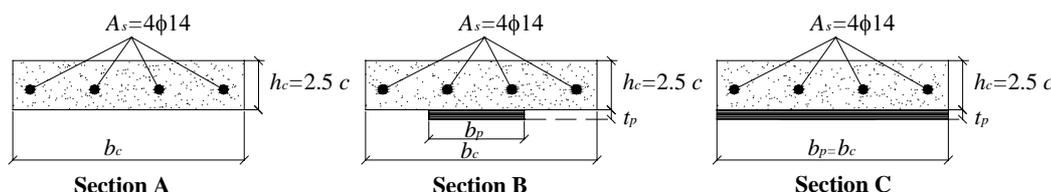


Figura 8: Le tre sezioni considerate nelle simulazioni numeriche (non rinforzata esternamente, rinforzata con lamina e con due strati di tessuto in FRP).

	$E_p A_p$ [kN]	$\bar{\sigma}_{cr}$ [MPa]	ε_{cr} [‰]	α	γ
Sezione A (non rinforzata)	-	109.3514	0.66918	4.7854	0.36014
Sezione B (lamina in FRP)	$3.24 \cdot 10^4$	112.5994	0.66757	3.9816	0.42923
Sezione C (tessuti in FRP)	$2.66 \cdot 10^4$	111.5167	0.66488	4.4222	0.59711

Tabella 2: Parametri della legge di tension – stiffening per le tre Sezioni riportate in Figura 8.

Infine, è stato condotto uno studio parametrico per mostrare gli effetti dello spessore del FRP sui parametri α, γ della legge di tension-stiffening (Figura 9). In tale analisi parametrica, è considerato un numero crescente di strati di tessuto (e quindi uno spessore via via maggiore). Tale studio indica una sostanziale indipendenza del parametro α dallo spessore di rinforzo. Al contrario, il parametro γ cresce da 0.36 a 0.63 in presenza di uno strato di rinforzo, confermandone quindi l'efficacia in termini di incremento di rigidità dell'elemento teso.

Infine, nonostante il valore di rigidità assiale $E_p A_p$ sia più basso per i tessuti rispetto alle lamine (valore inferiore del modulo elastico E_p), l'uso dei tessuti in FRP sembra più efficace di quello delle lamine. Questo fenomeno dipende principalmente dal fatto che la larghezza dei tessuti di solito corrisponde alla intera larghezza della sezione in calcestruzzo, per cui maggiore è la rigidità dell'interfaccia FRP-calcestruzzo rispetto al rinforzo con lamine.

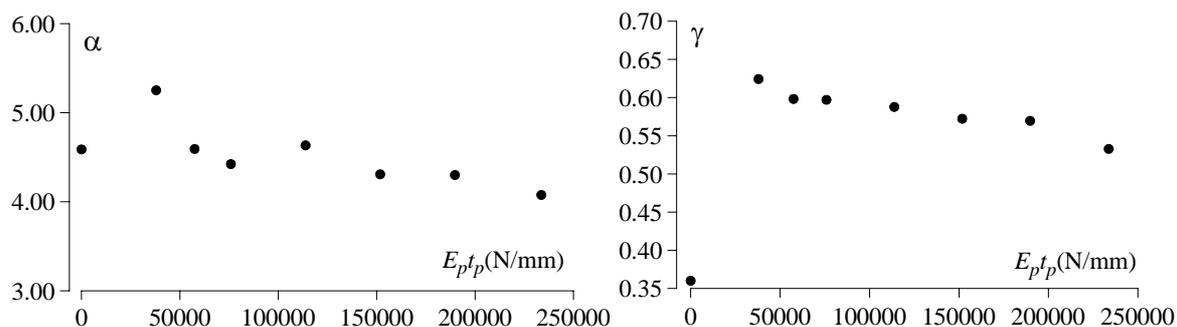


Figura 9: Parametri α , γ della legge di tension–stiffening per un elemento teso in c.a. rinforzato mediante tessuti in FRP ($b_p = b_c$).

RINGRAZIAMENTI

Si ringrazia il supporto finanziario del C.N.R. (Fondi PAAS 2001) e del Dipartimento della Protezione Civile (Consorzio Reluis, Linea n. 8, “Materiali Innovativi per la riduzione della vulnerabilità nelle strutture esistenti”, Task 8.2).

BIBLIOGRAFIA

- [1] Ceroni F, Pecce M, Matthys S (2004): Tension stiffening of RC ties strengthened with externally bonded FRP sheets. *J. of Composites for Construction ASCE*, **8** : pp. 510-518.
- [2] Toutanji HA, Gomez W (1997): Durability characteristics of concrete beams externally bonded with FRP composite sheets. *Cem. Concr. Compos.*, **19**: pp. 351-358.
- [3] Lee YJ, Boothby TE, Bakis CE, Nanni A (1999): Slip modulus of FRP sheets bonded to concrete, *J. Comp. Constr. ASCE*, **3**(4): 161-167.
- [4] Sato Y, Shouji K, Ueda T, Kakuta Y (1998): Uniaxial tensile behavior of reinforced concrete elements strengthened by carbon fiber sheet; *III FRAMCOS Conference* (Mihashi H., Keitetsu R. eds.), Gifu, Giappone, pp. 697-710.
- [5] Ferretti D, Savoia M (2003): Cracking evolution in R/C tensile members strengthened by FRP-plates. *Eng. Fract. Mech.*, **70**: 1069-1083.
- [6] Savoia M, Ferracuti B, Mazzotti C (2005): Long-term creep deformation of FRP-plated r/c tensile members, *J. of Composites for Construction ASCE*, **9**(1): pp. 63-72.
- [7] Hordijk DA (1992): Tensile and tensile fatigue behaviour of concrete; experiments, modelling and analyses, *HERON*, **37**(1), 1-77.
- [8] CEB FIB. *Model Code 90*, Bulletin d'information n° 205-206 First Edition 1990.
- [9] Eligehausen R, Popov EP, Bertero VV (1983): *Local bond stress-slip relationship of deformed bars under generalised excitations*, Earthquake Engineering Research Center, Report UCB/EERC 83-19.
- [10] Savoia M, Ferracuti B, Mazzotti C (2003): Non linear bond- slip law for FRP-concrete interface, *FRPRCS-6 Conf. Proceedings* (Tan K.H. Ed.), Singapore, 1-10.
- [11] Mazzotti C., Ferracuti B., Savoia M. "An experimental study on FRP –concrete delamination", *FraMCoS – 5*, Colorado, U.S.A. 2004.
- [12] Mazzotti C, Ferracuti B, Savoia M. (2006): An experimental study on delamination of FRP plates bonded to concrete, submitted.