



zona di processo nel calcolo della tensione di Weibull. Un confronto ed una analisi critica dei diversi criteri proposti, sono stati effettuati mediante analisi FEM 2D e 3D di geometrie intagliate ed in presenza di cricche. I risultati sono confrontati con i dati sperimentali riportati in letteratura.

## 2. FORMULAZIONE DEL MODELLO

L'approccio locale alla frattura fragile formulato da Mudry [2], è stato derivato facendo riferimento alle seguenti assunzioni. I difetti microstrutturali, siano essi precipitati o microcricche con differenti orientazioni e dimensioni, sono considerati inizialmente presenti nella microstruttura, ma inattivi finché il materiale che li circonda esibisce un comportamento elastico. Quando la tensione locale supera il limite di snervamento, i difetti contenuti nel volume plastico diventano potenziali punti d'innescio della frattura fragile. La condizione di stabilità di un generico difetto dell'intera popolazione può essere espressa secondo il criterio di Griffith, il quale stabilisce che il cedimento fragile si verifica quando la combinazione di tensione, dimensione ed orientazione del difetto diventa critica per il materiale. L'ipotesi dell'anello debole, largamente adottata nell'ambito del cedimento fragile, impone che il superamento delle condizioni critiche per uno solo dei difetti presenti, risulti critico per l'intera struttura. La probabilità di frattura che si ottiene nel rispetto delle suddette ipotesi ed in accordo con la probabilità di Weibull si può esprimere come:

$$p_f = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{\sigma_w}{\sigma_u} \right)^m \right] \quad (1)$$

dove,

$$\sigma_w^m = \frac{1}{V_0} \int_V \sigma_1^m dV \quad (2)$$

rappresenta la tensione di Weibull;  $\sigma_1$  è la componente principale del tensore degli sforzi e  $V$  è il volume materiale. Il modello richiede la definizione dei seguenti parametri:  $m$ , comunemente indicato come esponente di Weibull, il fattore di scala  $\sigma_u$ , il volume di riferimento statisticamente indipendente  $V_0$ . Il calcolo della tensione di Weibull richiede una analisi computazionale per cui la definizione (2) in termini operativi si può scrivere come:

$$\sigma_w^m = \frac{1}{V_0} \sum_{j=1}^{N_e} \sum_{i=1}^{N_{GP}} \sigma_{1,ij}^m V_{ij} \quad (3)$$

dove  $N_e$  indica il numero totale di elementi,  $N_{GP}$  è il numero di punti di Gauss nella formulazione dell'elemento,  $V_{ij}$  è il volume associato al  $i$ -esimo punto di Gauss del  $j$ -esimo elemento. L'identificazione dei parametri richiede una procedura iterativa basata su analisi agli elementi finiti e dati sperimentali [5]. In base alle assunzioni fatte, la zona di processo interessata dalla frattura fragile, su cui viene valutata la tensione di Weibull, coincide con la regione nella geometria dove la tensione equivalente di Von Mises supera il valore della tensione di snervamento. La tensione di Weibull, in accordo con la definizione data, pesa i contributi in termini di tensione principali su un volume la cui scelta e quindi estensione ne può condizionare il calcolo. Inoltre, essendo il volume plastico dipendente dal rateo di deformazione e dalla temperatura, il volume di processo definito con la relazione  $\sigma_{eq} \geq \sigma_y$  potrebbe portare a valutare differenti tensioni di Weibull per la stessa geometria ma a differenti temperature e rateo di deformazione. In particolare al crescere della temperatura, la zona plastica potenzialmente può estendersi fino ad interessare l'intero volume del provino, rendendo discutibile l'utilizzo della equazione (2) per il calcolo della tensione di Weibull. Alcuni autori, [3,4], hanno proposto un differente criterio per la definizione del volume della zona di processo. La modifica al criterio consiste nel considerare, quale volume che partecipa al processo di frattura fragile, la regione in cui la tensione principale massima supera il limite di snervamento di un fattore  $\lambda$ . Questo criterio ha dimostrato di essere particolarmente efficace per geometrie con presenza di cricche per le quali è noto che la frattura avviene all'interfaccia tra zona plastica e zona elastica in prossimità

dell'apice della cricca. In geometrie con cricche la scelta di  $\lambda=2$  è apparsa la più appropriata, anche se tale preferenza non trova una chiara giustificazione fisica.

### 3. MATERIALE

IL materiale investigato è un acciaio 22NiCrMo37 le cui proprietà meccaniche e composizione chimica sono riassunte rispettivamente in Tabella 1 e Tabella 2. Tale materiale, simile all'acciaio ASTM A508, è stato ampiamente studiato da molti autori relativamente all'approccio locale. In particolare i dati sperimentali a frattura utilizzati nelle analisi sono stati ottenuti, in occasione del primo Round Robin sull'approccio locale [6], da trazioni a  $-196^{\circ}\text{C}$  su provini cilindrici intagliati, con tre differenti raggi d'intaglio (2, 4 e 10 mm).

Tabella 1 – Caratteristiche tensili a  $-196^{\circ}\text{C}$

Rp 0.2	Rm	A5	Z
980	1015	24	40

Tabella 2 – Composizione chimica dell'acciaio 22NiCrMo37

C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo	Ni
0.22	0.23	0.88	0.006	0.04	0.39	0.51	0.84

### 4. SIMULAZIONI ED ANALISI FEM

Le simulazioni numeriche agli elementi finiti sono state condotte al fine di ricavare la curva di calibrazione, cioè la relazione che lega la tensione di Weibull alla condizione di carico, per differenti definizioni del volume della zona di processo. I dati sperimentali sono stati utilizzati per individuare i limiti dell'intervallo di carico in cui si sono registrati cedimenti, al fine di verificare in tali condizioni di caricamento l'estensione delle zone di processo. La prima geometria analizzata è quella cilindrica con intaglio (RNB). In passato questa geometria è stata largamente utilizzata per la semplicità di simulazione, la conoscenza preventiva del punto di frattura e la possibilità di variare la triassialità geometrica modificando il rapporto tra il raggio d'intaglio e il diametro della sezione minima resistente. Nel presente studio sono state considerate delle geometrie RNB con una sezione minima di diametro  $\phi_0=10$  mm e raggio d'intaglio 2 (AE2), 4 (AE4) e 10 (AE10) mm ( $\rho=2R/\phi_0=0.2, 0.4, 1.0$ ). In figura 1 sono riportate le meshes utilizzate nelle simulazioni.

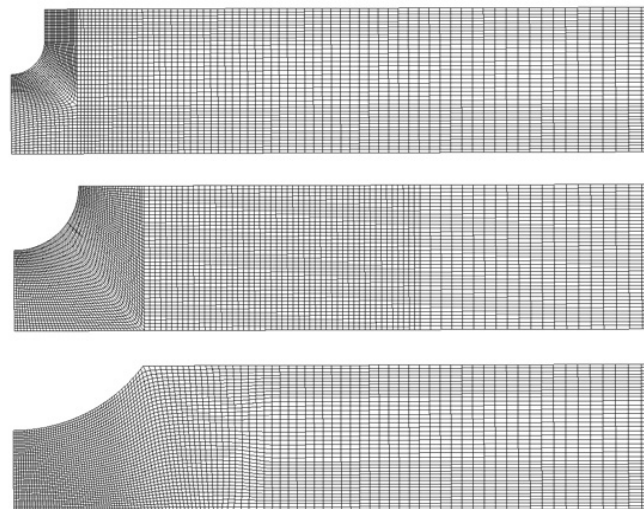


Figura 1- Meshes per la simulazione numerica delle geometrie RNB AE2, AE4 e AE10

Tutte le simulazioni 2D sono state eseguite utilizzando elementi isoparametrici a quattro nodi e quattro punti di Gauss, mentre per le analisi 3D sono stati adottati elementi isoparametrici a otto nodi con integrazione completa. Le simulazioni sono state condotte in grandi spostamenti, formulazione Lagrangiana e plasticità finita, utilizzando il codice numerico commerciale MSC/MARC V2005 r2. La stessa mesh RNB AE4 è stata utilizzata per simulare un provino intagliato a sezione rettangolare imponendo la condizione di deformazione piana. La soluzione ottenuta è stata confrontata con i risultati ottenuti da un modello 3D. Infine è stato simulato il comportamento di un provino C(T),

e eseguendo sia analisi 2D in deformazione piana sia in 3D. Il calcolo della tensione di Weibull è stato ottenuto mediante una user-subroutine appositamente scritta per il codice di calcolo. Rispetto alla procedura adottata da Mudry, la tensione di Weibull è stata ottenuta sommando tutti i contributi  $\sigma_1^m V_{GP}^{elm}$  relativi ad ogni punto di Gauss appartenente al volume di processo ed eseguendo la radice m-esima solo quando tutti i contributi sono stati considerati. Il termine  $V_{GP}^{elm}$  rappresenta la porzione di volume dell'elemento associato ad ogni singolo punto di Gauss. La differenza procedurale consiste nel non eseguire la media della tensione principale massima sui punti di gauss di ogni elemento così da evitare l'attenuazione degli eventuali gradienti di tensione tra i punti di Gauss di uno stesso elemento. Inoltre, in questo modo, è possibile visualizzare i contour dei contributi  $(\sigma_1^m V_{GP}^{elm})^{1/m}$  al fine di individuare le regioni che maggiormente contribuiscono al valore finale della tensione di Weibull.

## 5. RISULTATI E DISCUSSIONE

Le simulazioni delle geometrie RNB sono state verificate confrontando la tensione media nominale,  $4P/(\pi\phi^2)$ , in funzione della deformazione a rottura,  $2\ln(\phi_0/\phi)$ , con i valori sperimentali a frattura. In figura 2 è riportato tale confronto dal quale si nota come le simulazioni FEM, a tratto continuo in figura, sono coerenti con i dati sperimentali. Per la geometria AE2 la simulazione sovrastima leggermente le tensioni a rottura, tuttavia è stato verificato che una correzione del 5% nella curva di incrudimento è sufficiente a migliorare il risultato senza provocare sostanziali variazioni nel calcolo della tensione di Weibull.

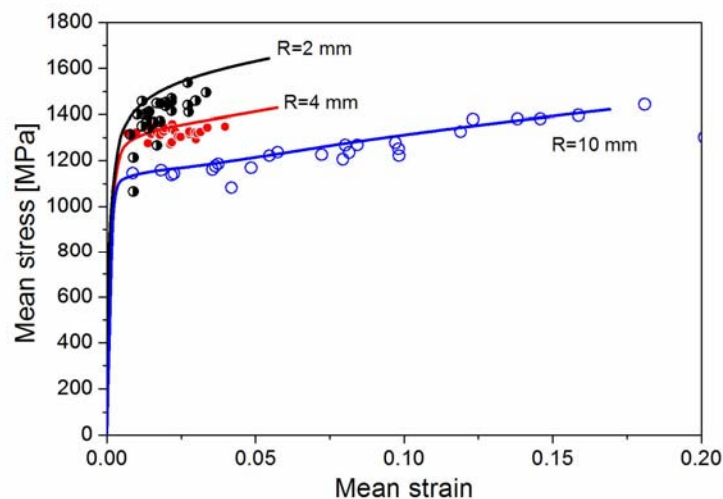


Figura 2 – Confronto tra i valori sperimentali a frattura e le simulazioni FEM (tratto continuo) delle geometrie RNB

In figura 3 è evidenziata, in particolare per la geometria RNB AE4, la capacità di individuare le porzioni di materiale che maggiormente contribuiscono all'accumulo della tensione di Weibull, per un determinato criterio che definisce il volume della zona di processo lungo l'intervallo di carico sul quale sperimentalmente si rilevano i cedimenti. La procedura di calibrazione dei parametri di Weibull è stata eseguita secondo il criterio di Mudry considerando l'intera popolazione di dati sperimentali senza distinzione tra le diverse geometrie. Il risultato della procedura è sintetizzato in figura 4, in cui la probabilità di frattura cumulata, espressa in termini di Weibull stress, è stata ottenuta con  $m=20$  e  $\sigma_0=2716$ . In tale figura il confronto con i dati sperimentali è possibile attribuendo ad ogni valore critico, espresso in termini di tensione Weibull, la probabilità  $p_i=(i-0.5)/N$ , con  $N=78$  pari al numero totale di tutti i provini testati.

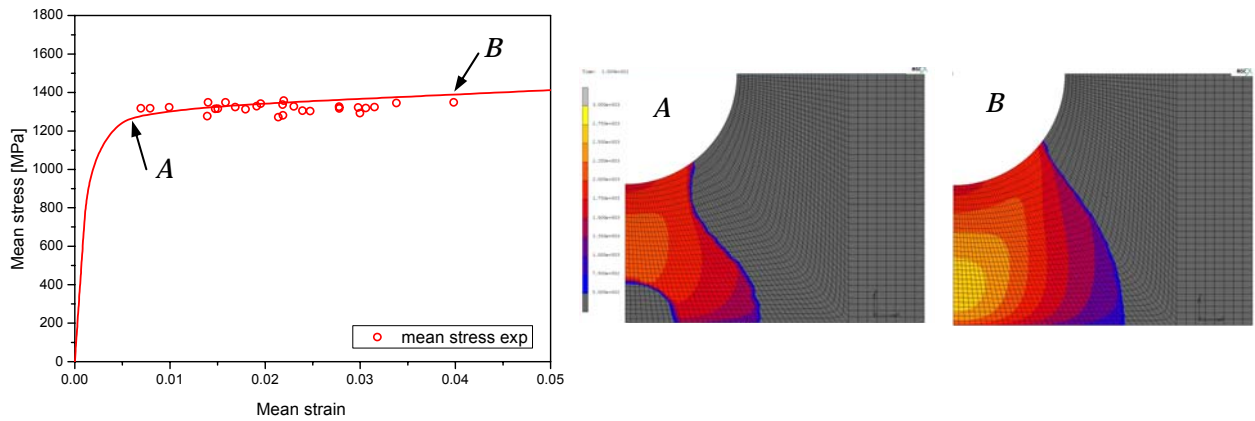


Figura 3 – Visualizzazione delle zone di processo in base al criterio di Mudry, agli estremi dell'intervallo di carico d'interesse.

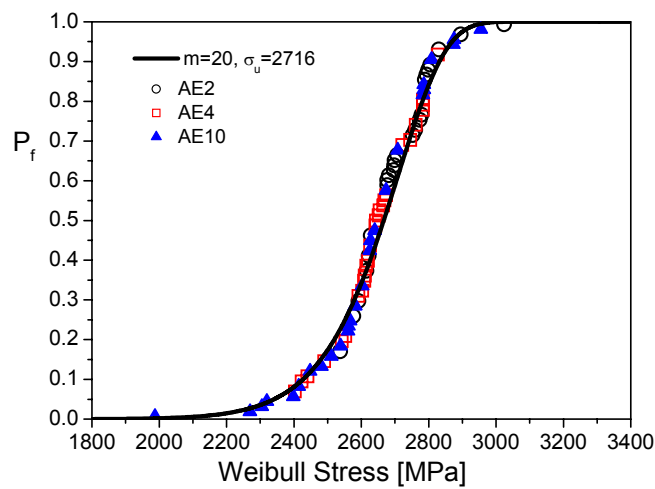


Figura 4 – Probabilità di frattura in funzione della tensione di Weibull ottenuta al termine della procedura di calibrazione dei parametri.

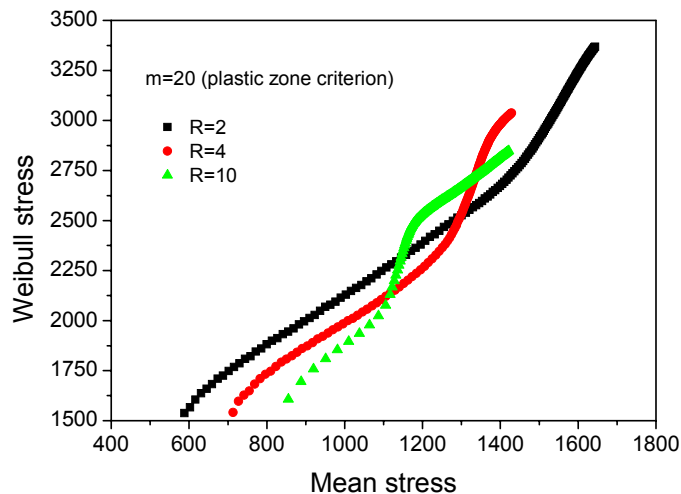


Figura 5 – Curve di calibrazione per le tre geometrie RNB ottenute per  $m=20$  e  $V_0=0.001 \text{ mm}^3$  ed il criterio del volume della zona di processo coincidente con il volume plastico.

La figura 5 mostra le curve di calibrazione ottenute con il criterio del volume di processo coincidente con la zona plastica, avendo fissato  $m=20$  e  $V_0=0.001 \text{ mm}^3$ . Al fine di effettuare un confronto con il criterio originale di Mudry, le curve di calibrazione, Weibull stress in funzione della tensione media nominale, sono state calcolate nuovamente utilizzando il criterio di Xia e Shih assumendo  $\lambda=2$  e  $\lambda=1.5$ . In figura 6 è riportato il confronto tra le curve di calibrazione per la geometria RNB AE2

ottenute con i diversi criteri. In particolare è importante notare come la scelta di un fattore  $\lambda=2$  per il criterio di Shih, ampiamente utilizzato per geometrie in presenza di cricche, risulta eccessivamente restrittiva per configurazioni semplicemente intagliate. Infatti, non si registra accumulo della tensione di Weibull in corrispondenza delle tensioni medie che sperimentalmente risultano critiche. La scelta di un fattore  $\lambda$  pari a 1.5, comporta un accumulo della tensione di Weibull sostanzialmente identico nel range di frattura, quindi i due criteri sono equivalenti, anche se i volumi delle zone di processo risultano molto diversi come evidenziato in figura 7. Risultati simili si ottengono per gli altri due intagli.

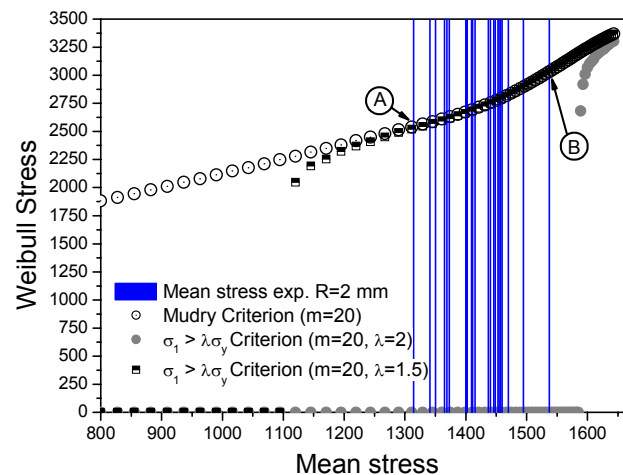


Figura 6 – Confronto, per una stessa geometria (RNB AE2), tra le curve di calibrazione ottenute con il criterio di Mudry ed il criterio di Shih rispettivamente per  $\lambda=2$  e  $\lambda=1.5$ .

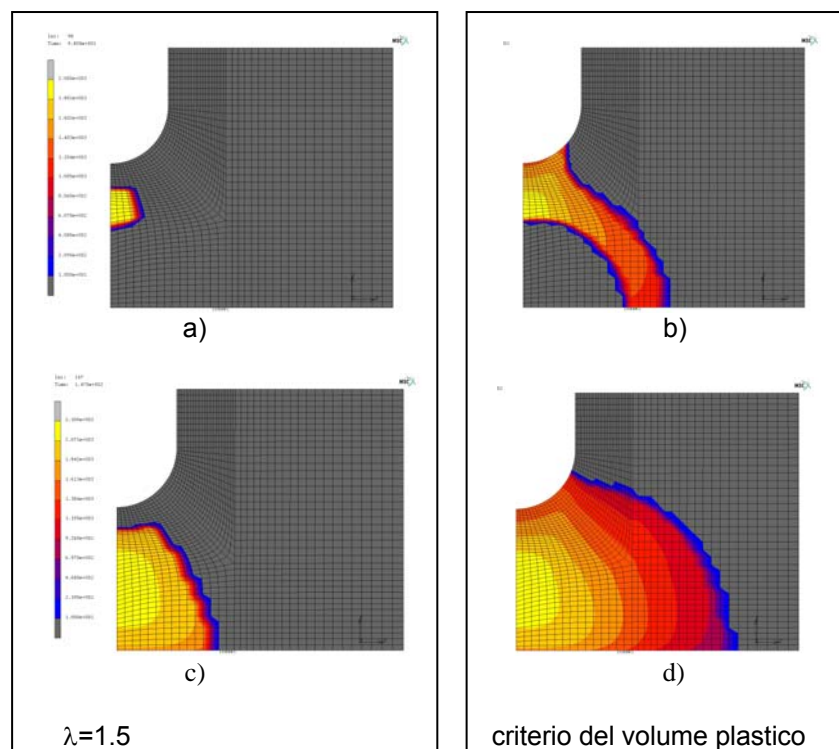


Figura 7 – Volumi delle zone di processo per il criterio  $\lambda=1.5$  ed il criterio del volume plastico. a) e b) sono relative alla condizione di carico (A) in figura 6; c) e d) alla condizione (B).

In figura 8, sono mostrate le curve di calibrazione relative ad una geometria intagliata con sezione rettangolare (R=4 e 20 mm di spessore) calcolate sia imponendo la condizione di deformazione piana, sia utilizzando un modello 3D.

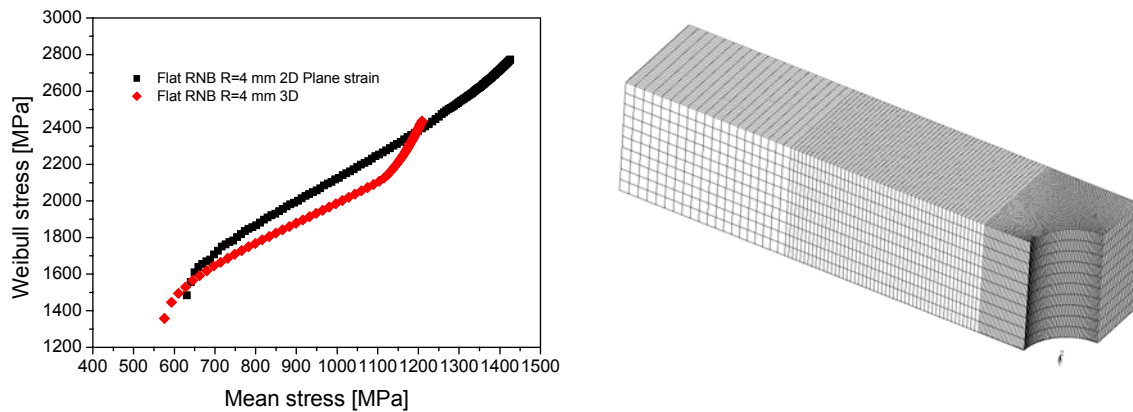


Figura 8 – Curve di calibrazione per una geometria intagliata a sezione rettangolare simulata in deformazione piana e con un modello 3D di cui è riportata la mesh

IL differente accumulo della tensione di Weibull nei due casi, dimostra la necessità di ricorrere a modelli 3D piuttosto che a modelli piani. La rappresentazione 3D di un provino C(T), in figura 9, mostra come un modello tridimensionale dia maggiormente risalto alle differenze tra i volumi delle zone di processo dei diversi criteri. Il criterio del volume plastico considera ad alto rischio di clivaggio, alcuni volumi molto estesi e lontani dal centro del provino dove si perde la condizione di deformazione piana. Al contrario il criterio di Shih tende ad escludere tali zone che effettivamente sono porzioni di materiale in cui è molto improbabile che abbia inizio una frattura fragile.

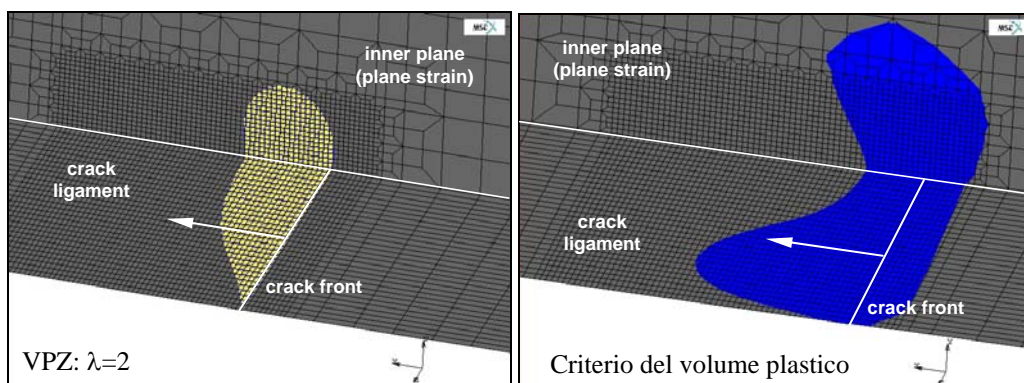


Figura 9 – Zone di processo in una geometria C(T) realizzata con un modello 3D

## 6. CONCLUSIONI

Le simulazioni delle zone di processo per il calcolo della tensione di Weibull evidenziano una grande variabilità di volumi che partecipano ai processi di frattura fragile in funzione del criterio adottato. In gran parte dei casi, anche per le geometrie RNB, il volume di processo, utilizzato dal criterio della zona plastica, si estende a regioni dove il clivaggio ha scarse possibilità di verificarsi. Ciò comporta che la stima della tensione di Weibull sia effettuata su volumi che fisicamente non partecipano al processo di frattura. Una probabile conseguenza indiretta è la mancanza di trasferibilità dei parametri di Weibull, derivati da tutti i dati con tutti i raggi d'intaglio, ad una popolazione di esperimenti presi separatamente e relativa ad un solo intaglio. In figura 10, per esempio, è riportata la curva  $P_F-\sigma_{mean}$  per AE2, AE4, e AE10. in accordo con la formulazione del modello il valore di  $m$  è legato alla distribuzione di difetti nel materiale e conseguentemente dovrebbe essere indipendente dalla geometria. D'altra parte la geometria, condizionando l'estensione della zona di processo dovrebbe, garantire la trasferibilità. Se il criterio non è in grado di essere ugualmente efficace per tutte le geometrie a diverse triassialità, le differenze riscontrate, come in figura 10, possono essere erroneamente attribuite ad una esplicita dipendenza dell'esponente  $m$  dalla triassialità.

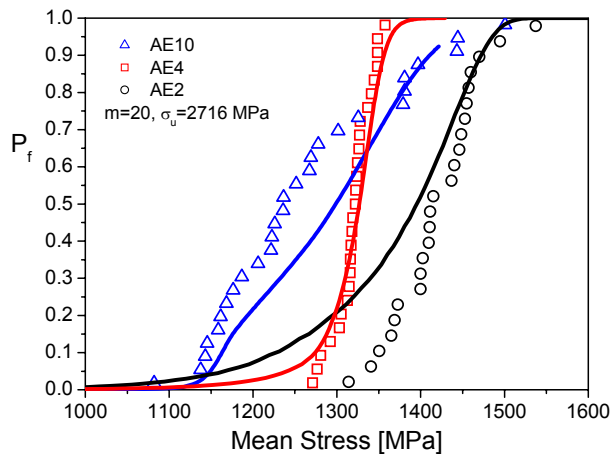


Figura 10 – Confronto delle curve di probabilità per ogni geometria RNB calcolate con i parametri di Weibull determinati sull'intera popolazione di dati a frattura

IL criterio di Xia e Shih, anche se non ha una chiara base fisica, considera, quali volumi critici, quelli che, dalle evidenze sperimentali, risultano effettivamente attivi nel processo di frattura. Le simulazioni 3D di geometrie, come quella C(T), mostrano che tale criterio considera esclusivamente le regioni in prossimità dell'apice della cricca e prevalentemente i volumi nelle vicinanze del piano di simmetria dove si realizzano le condizioni di deformazione piana. Tuttavia la non univocità del coefficiente  $\lambda$  per tutte le geometrie suggerisce che il criterio per la definizione del volume della zona di processo dovrebbe essere ridefinito per garantire la trasferibilità dei parametri di Weibull a differenti condizioni di triassialità degli sforzi.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1]. F.M. Beremin. A local criterion for cleavage fracture of a nuclear pressure vessel steel. *Met. Trans.* 14a, 1983, pp. 2277-2287.
- [2]. F. Mudry. A local approach to fracture. *Nucl. Engr. and Design* 105, 1987, pp. 65-76.
- [3]. X. Gao, Ruggieri C. and Dodds R.H. Calibration of Weibull stress parameters using fracture toughness data. *International Journal of Fracture* 92, 1998, pp. 175-200.
- [4]. L. Xia and C.F. Shih. Ductile crack growth – III. Transition to cleavage fracture incorporating statistics. *J. Mech. Phys. Solids* 44, 1996, pp. 603-639.
- [5]. F. Minami, A. Bruckner-Foit, D. Munz and B. Trolldenier. Estimation procedure for the Weibull parameters used in local approach. *International Journal of Fracture* 54, 1992, pp. 197-210.
- [6]. F. Mudry. Round robin on local criteria - Final Report. Bruxelles.