

ANALISI DELLA CORRELAZIONE FRA I PARAMETRI DEL MODELLO DI PARIS-ERDOGAN PER LA PROPAGAZIONE DELLA CRICCA DI FATICA IN ACCIAI AL C

F. Iacoviello¹, M. Cavallini²

¹ Università di Cassino, Di.M.S.A.T., via G. di Biasio 43, 03043 Cassino (FR)

² Università di Roma "La Sapienza", ICMMPM, via Eudossiana 18, Roma

ABSTRACT

Fatigue crack propagation tests results are usually analysed by means of bilogarithmic diagrams $da/dN-\Delta K$ (fatigue crack growth rate-stress intensity factor amplitude). Experimental results in stage II of III are interpolated by means of Paris-Erdogan relationship ($da/dN = C \Delta K^m$, with C and m as interpolation parameters). In this work chemical composition, heat treatment and load conditions influences on C and m parameters are investigated considering the fatigue crack growth behaviour of different carbon steels.

SOMMARIO

La resistenza alla propagazione di cricche di fatica viene rappresentata in diagramma bilogarithmico $da/dN-\Delta K$ (velocità di avanzamento della cricca-ampiezza del fattore di intensificazione degli sforzi applicato). Lo stadio II di avanzamento può essere interpolato utilizzando la relazione di Paris-Erdogan, del tipo $da/dN = C \Delta K^m$, con C ed m coefficienti di interpolazione. In questo lavoro è stata analizzata l'influenza della composizione chimica, dei trattamenti termomeccanici e delle condizioni di sollecitazione (rapporto di carico, R) su questi coefficienti ottenuti mediante prove di propagazione effettuate su acciai al C disponibili in letteratura.

INTRODUZIONE

I risultati delle prove di propagazione di cricche di fatica effettuate secondo la normativa ASTM E647 [1] sono solitamente rappresentati in diagrammi bilogarithmici $da/dN-\Delta K$, in cui da/dN rappresenta la velocità di avanzamento della cricca (a frequenza di applicazione del carico costante, m/ciclo) e ΔK rappresenta l'ampiezza del fattore di intensificazione degli sforzi applicato ($\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$). Dei tre stadi di propagazione (soglia, propagazione lineare, schianto) lo stadio II (propagazione lineare, o stabile) risulta essere sicuramente molto interessante. Questo stadio presenta un andamento lineare, interpolabile con elevati coefficienti di correlazione mediante la relazione di Paris-Erdogan [2]:

$$da/dN = C \Delta K^m \quad (1)$$

con C ed m ottenuti mediante interpolazione. Questi parametri risultano legati fra loro con una relazione del tipo

$$\log C = A + B m \quad (2)$$

anch'essa solitamente caratterizzata da elevati coefficienti di correlazione. Questa relazione è stata già osservata diversi anni fa [3] e la sua interpretazione in letteratura è piuttosto controversa. Secondo alcuni autori questa relazione ha una scarsa rilevanza fisica [4, 5] ed è eccessivamente legata alla forma dimensionale della relazione (1). Secondo altri autori, inoltre, gli elevati valori dei coefficienti di correlazione sono dovuti all'impiego di una rappresentazione dei risultati di mediante assi logaritmici [5, 6]. Altri autori invece sottolineano che la relazione (2) è caratteristica della lega in esame e delle sue condizioni microstrutturali e che dipende dalle modalità di applicazione del carico (ad esempio il rapporto di carico R). L'esistenza di tale correlazione permette di identificare un punto comune alle curve di propagazione, detto punto di polo o di "pivot" (PP) [7-10]. Dalle relazioni (1) e (2), consegue infatti che

$$\log(da/dN) = (A + B m) + m \log \Delta K \quad (3)$$

Definendo le coordinate del punto di pivot secondo le seguenti relazioni

$$\log(da/dN)_{PP} = A \quad (4)$$

$$\log \Delta K_{PP} = -B \quad (5)$$

si ottiene la seguente espressione della relazione (3):

$$\log(da/dN) - \log(da/dN)_{PP} = m (\log \Delta K - \log \Delta K_{PP}) \quad (6)$$

Dalla relazione (6) consegue che, almeno analiticamente, i risultati di un insieme di prove di propagazione di cricche di fatica effettuate nelle medesime condizioni è descrivibile, nello stadio II di propagazione, come un fascio di rette passanti per il punto di pivot. Questo punto di pivot è quindi caratteristico della lega in esame.

Analisi più recenti, basate su un approccio di tipo statistico, hanno permesso di evidenziare l'importanza della relazione (2), spostando l'interesse dalla determinazione della coppia m e C che descriva compiutamente il comportamento del materiale in esame, oppure dal tentativo di diminuire i parametri necessari alla descrizione del comportamento a fatica del materiale (passando da 2 a 1). L'analisi della relazione (2) si è infatti concentrata sulla distribuzione dei valori sperimentali di m e di C, e sulla possibile determinazione della coppia C, m che, per le condizioni analizzate, descriva in modo conservativo il comportamento della lega in esame [11-13]. Inoltre, la conoscenza del comportamento statistico del valore di soglia ΔK_{th} permette di descrivere in modo conservativo il comportamento a fatica della lega in esame, magari mediante l'impiego di altre relazioni interpolanti, quali ad esempio quella di Collipriest, con le quali si riesce a descrivere l'evoluzione delle curve da/dN- ΔK in tutti e tre gli stadi [15].

In questo lavoro sono stati utilizzati alcuni risultati di prove di propagazione di cricche di fatica disponibili in bibliografia ed ottenuti su differenti acciai al C [14], analizzando la correlazione fra le coppie C ed m ottenute con le modalità di applicazione del carico e con i trattamenti termomeccanici effettuati.

MATERIALI E METODOLOGIE

Sono stati considerati i risultati di prove di propagazione di cricche di fatica disponibili in bibliografia [14] riguardanti acciai al C, con tenori di carbonio compresi fra 0,003 e 0,95 (%peso), per differenti trattamenti termomeccanici. In particolare ci si è focalizzati su tre leghe per la maggior quantità di risultati disponibili e per il maggior spettro di condizioni considerate. Nelle tabelle 1-3 sono riportati alcuni dati di questi acciai, con le condizioni metallurgiche considerate, alcune proprietà meccaniche, ed i rapporti di carico investigati.

Riduzione spessore (%)	YS [MPa]	UTS [MPa]	HB
0	227	326	86
22	256	476	122
56	500	525	160
76	664	689	195

Tabella 1 : Proprietà meccaniche a seguito di riduzioni di spessore dell'acciaio 0,1%C 0,34%Mn [14]. Rapporti di carico investigati: 0; 0,4; 0,7.

T rinvenimento [°C]	YS [MPa]	UTS [MPa]	H
fornitura	391	720	90 HRB
316	1617	1984	52 HRC
482	1049	1180	36 HRC
649	644	794	20 HRC

Tabella 2 : Proprietà meccaniche dell'acciaio 0,461%C 0,081%Mn 0,17%Si in funzione della temperatura di rinvenimento (durata pari a 1,5 ore dopo austenitizzazione a 843°C seguita da tempra in olio) [14]. Rapporto di carico investigato: 0

T rinvenimento [°C]	HRC
fornitura	97
316	60
427	50
593	30
Temprato in bagno di sali fusi (305°C-15 min)	55

Tabella 3 : Proprietà meccaniche dell'acciaio 0,81%C 0,75%Mn in funzione della temperatura di rinvenimento (effettuato dopo austenitizzazione a 788°C seguita da tempra in olio) [14]. Rapporto di carico investigato: 0

Sono stati considerati ed acquisiti i risultati relativi ai diagrammi da/dN-ΔK, identificati gli intervalli di validità della relazione di Paris-Erdogan e calcolati i corrispondenti

valori di C ed m. Tale procedura è stata seguita per tutte le curve di propagazione fornite da Taylor [14].

RISULTATI E CONSIDERAZIONI

La procedura precedentemente descritta ha permesso di ottenere le coppie C-m relative a 62 prove di propagazione di cricche di fatica, per 15 differenti acciai al C, differenti valori di R e differenti condizioni microstrutturali. Nella figura 1 possiamo osservare la distribuzione di queste coppie nel diagramma logC-m, indipendentemente dalla composizione chimica, dal trattamento termico e dal rapporto di carico considerato.

Si può osservare che, sebbene lo spettro delle condizioni sperimentali sia piuttosto ampio (i rapporti di carico ad esempio vanno da -1 a 0,8), i punti si distribuiscono in modo lineare con una discreta approssimazione. Il coefficiente di correlazione r risulta simile a quello ottenuto con una lega di alluminio 2091 [11, 13] con un insieme di 37 prove effettuate nelle medesime condizioni microstrutturali e di applicazione del carico: si è infatti ottenuto in tal caso un valore di $r = -0,972$ a fronte del valore di $r = -0,977$ ottenuto con gli acciai al C, come in figura 1. Fra le due raccolte di valori C ed m si può invece evidenziare una notevole differenza nella distribuzione statistica. Nel caso della lega di Al 2091, sia m che logC seguono una distribuzione gaussiana, con i seguenti valori medi μ e deviazioni standard σ :

$$\mu_m = 2,371$$

$$\sigma_m = 0,259$$

$$\mu_{\log C} = -9,047$$

$$\sigma_{\log C} = 0,254$$

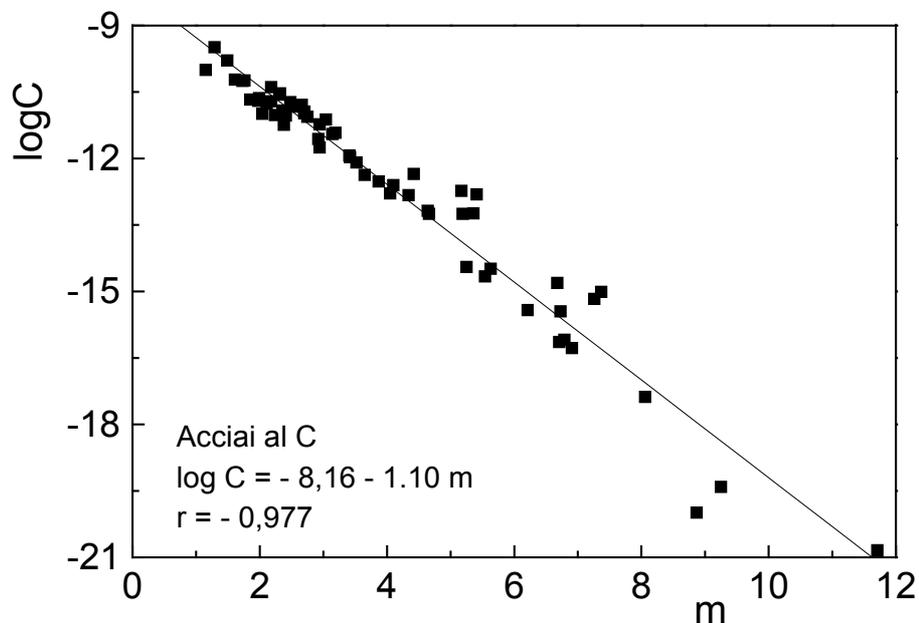


Figura 1: Coefficienti di Paris per le prove di fatica relative ad acciai al C, per tenori di C compresi fra lo 0,003 e lo 0,95% e differenti trattamenti termici e valori di R.

Invece, come è evidente dalla figura 1, la dispersione dei risultati relativi agli acciai al C per differenti composizioni, trattamenti e condizioni di applicazione del carico risulta decisamente più elevata, con una distribuzione che certamente non risulta gaussiana né per i valori di m , né per quelli di $\log C$.

Ne consegue che il PP (avente per l'insieme degli acciai al C le coordinate di $\Delta K = 12,6 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ e $6,9 \cdot 10^{-9} \text{ m/ciclo}$), non rappresenta un punto per il quale passano effettivamente tutte le curve di propagazione considerate, ma solo una sorta di "baricentro" di queste curve.

Se consideriamo gli acciai al C per differenti composizioni chimiche, ma per identiche condizioni di applicazioni del carico (stesso valore di R , pari a 0, figura 2), si può osservare che la dispersione delle coppie $\log C$ ed m risulta decisamente più limitata.

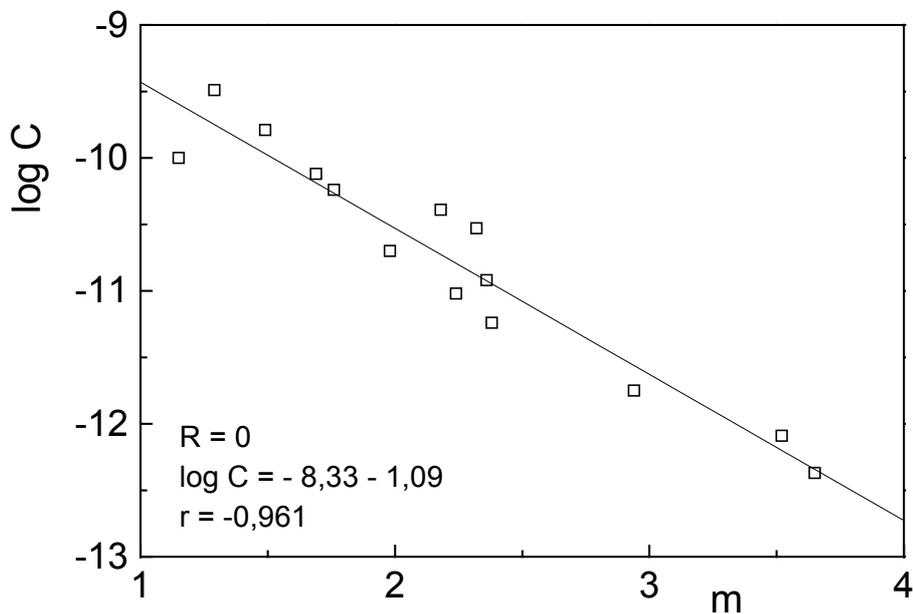


Figura 2: Coefficienti di Paris per le prove di fatica relative ad acciai al C, per tenori di C compresi fra lo 0,003 e lo 0,95% e differenti trattamenti termici, per il medesimo rapporto di carico ($R=0,4$).

I valori del PP sono simili a quelli relativi al PP identificato precedentemente ($\Delta K = 12,3 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ e $4,7 \cdot 10^{-9} \text{ m/ciclo}$), ma il suo significato è diverso, vista la minore dispersione. Non è ancora il punto attraverso il quale passano effettivamente tutte le curve di propagazione, come praticamente verificato nel caso della lega di Al 22091 analizzata per il medesimo valore di R e nelle medesime condizioni microstrutturali, ma ci si avvicina molto. Inoltre, la distribuzione dei valori di $\log C$ e di m sembra qualitativamente più simile ad una gaussiana rispetto ai valori esposti in figura 1, sebbene, vista l'esiguità del campione, non sia possibile quantificare questa valutazione. Da tale analisi risulta evidente che, sebbene i coefficienti di correlazione della relazione (2) siano elevati, non si possono utilizzare i risultati di propagazione di cricche di fatica di una intera classe di materiali per qualsivoglia condizione di applicazione del carico, ma ci si deve limitare alle medesime condizioni di applicazione del carico. In tal modo

gli elevati coefficienti di correlazione della relazione (2) sono associati sia ad una bassa dispersione dei valori di m e di $\log C$, sia ad una loro distribuzione secondo una gaussiana, in modo che le coordinate del PP calcolate a partire dai valori di A e B della relazione (2) rappresentino un PP effettivamente appartenente alle curve di propagazione e rappresentativo del comportamento a fatica della lega in esame.

Per considerare l'influenza della microstruttura, analizziamo ora i risultati delle prove svolte con il medesimo rapporto di carico, per differenti trattamenti termomeccanici, come illustrato nelle tabelle 1-3. Dalla analisi dei risultati delle prove di fatica si ottengono delle coppie dei parametri di Paris C ed m come illustrato nelle figure 3-5.

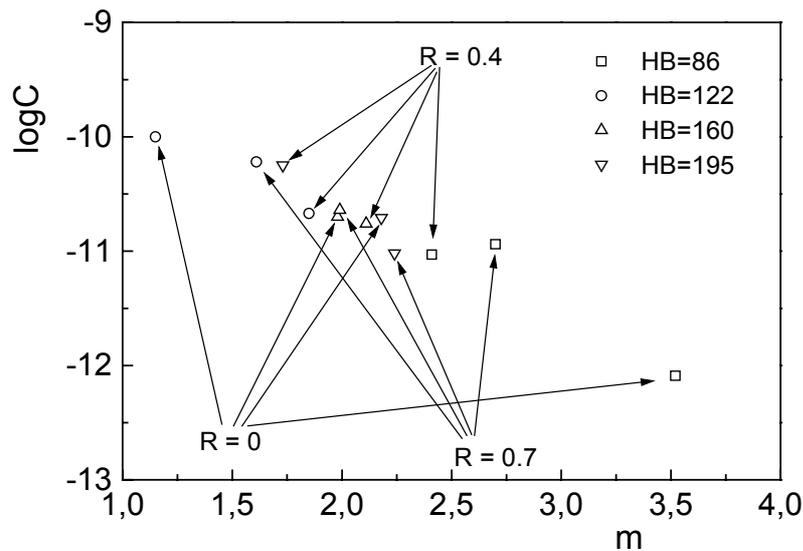


Figura 3: Coefficienti di Paris per le prove di fatica relative all'acciaio al C (0,1%C 0,34%Mn), per tre differenti valori di R (0; 0,4; 0,7) e differenti riduzioni di spessore.

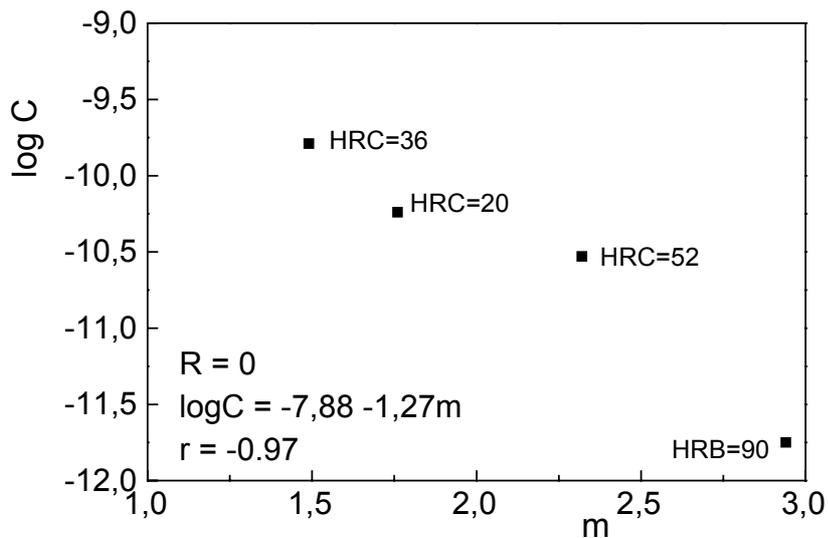


Figura 4: Coefficienti di Paris per le prove di fatica relative all'acciaio al C (0,461%C 0,081%Mn 0,17%Si), per differenti temperature di rinvenimento ed $R=0$.

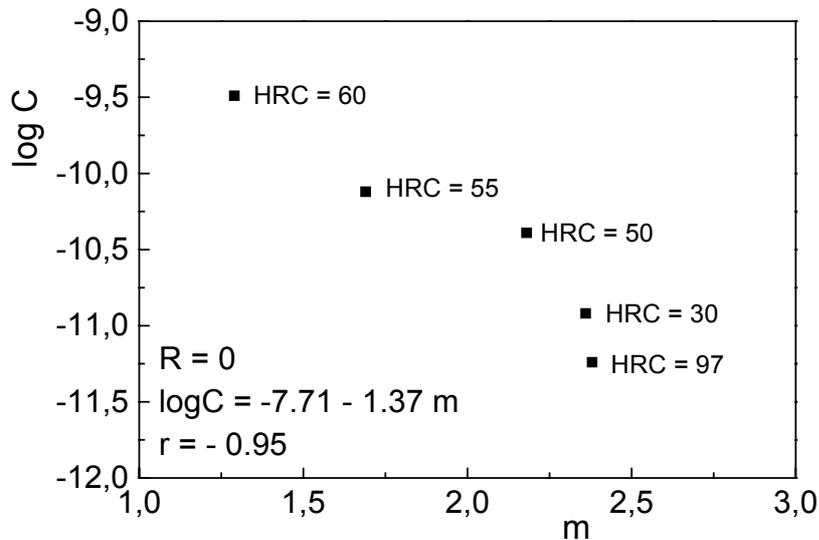


Figura 5: Coefficienti di Paris per le prove di fatica relative all'acciaio al C (0,81%C 0,75%Mn), per differenti temperature di rinvenimento ed R=0.

Applicando la relazione (2) per ognuno degli acciai, e per ogni rapporto di carico utilizzato, si ottiene il risultato della tabella 4:

Composizione: 0,1%C 0,34%Mn					
R	A	B	r	ΔK_{pp} [MPa \sqrt{m}]	da/dN _{pp} [m/ciclo]
0	-8,98	-0,88	-0,999	7,6	10 ⁻⁹
0,4	-8,67	-0,99	-0,923	9,8	2,1 10 ⁻⁹
0,7	-9,28	-0,63	-0,960	4,3	5,2 10 ⁻¹⁰
Composizione: 0,461%C 0,081%Mn 0,17%Si					
R	A	B	r	ΔK_{pp} [MPa \sqrt{m}]	da/dN _{pp} [m/ciclo]
0	-7,88	-1,27	-0,970	18,6	1,3 10 ⁻⁸
Composizione: 0,81%C 0,75%Mn					
R	A	B	r	ΔK_{pp} [MPa \sqrt{m}]	da/dN _{pp} [m/ciclo]
0	-7,71	-1,37	-0,950	23,44	2 10 ⁻⁸

Tabella 4: Risultati delle analisi dei coefficienti C ed m per differenti tenori di C e differenti trattamenti termomeccanici, per gli stessi valori di R.

Considerando le coppie logC-m ottenute per i medesimi trattamenti termici e per gli stessi valori del rapporto di carico, si conservano gli elevati valori dei coefficienti di correlazione delle relazioni (2) applicate ai valori sperimentali, con una evidente diminuzione della dispersione dei risultati. Dato l'esiguo numero dei risultati disponibili, non è possibile dire alcunché sul tipo di distribuzione statistica seguita.

Nel caso dell'acciaio con il minore tenore di C, in cui le differenti proprietà meccaniche sono legate a differenti livelli di incrudimento, il PP si trova contenuto oppure nelle strettissime vicinanze dello stadio II di propagazione, a volte all'inizio, a volte circa a metà, per tutti e tre i rapporti di carico investigati. Invece, nel caso degli altri due acciai

considerati, in cui le differenti temperature di rinvenimento implicano differenti microstrutture, i PP si trovano nello stadio III, in corrispondenza del prolungamento della relazione di Paris corrispondente. Quindi per questi due acciai il PP non corrisponde ad alcun punto sperimentale della curva di propagazione, ma ha esclusivamente un significato di tipo “geometrico”.

Dalle analisi effettuate in questo lavoro, e dai precedenti studi effettuati su altre leghe [11,13], si può quindi concludere che la relazione (2) ha un significato fisico, ed è legata sia alle condizioni di applicazioni del carico (sicuramente il rapporto di carico), sia alle condizioni microstrutturali in cui si trova la lega, ovvero al trattamento termico cui è stata sottoposta. Questa dipendenza implica quindi, per ottenere i coefficienti che la caratterizzano, e quindi le coordinate del PP, la necessità di considerare prove omogenee sia per le condizioni di applicazioni del carico che per le condizioni microstrutturali della lega in esame.

CONCLUSIONI

In questo lavoro sono stati considerati i risultati disponibili in bibliografia riguardanti le prove di propagazione di cricche di fatica in acciai al C, per differenti tenori di C, differenti trattamenti termici e differenti condizioni di applicazione del carico. E' stata utilizzata la relazione di Paris-Erdogan per interpolare i risultati contenuti nello stadio II di propagazione ed è stata analizzata l'influenza della composizione chimica, del rapporto di carico e dei trattamenti termomeccanici sulla distribuzione dei parametri di interpolazione “C” ed “m”. E' stata evidenziata l'importanza della relazione lineare fra il “logC” ed “m”, il suo legame con il reale comportamento della lega in esame e la conseguente esistenza di un punto denominato “punto di pivot”, caratterizzato da un significato fisico solo nel caso di un insieme di prove omogenee sia per le condizioni di applicazioni del carico sia per il trattamento termico effettuato. In particolare si è evidenziato che:

- L'elevato coefficiente di correlazione della relazione “ $\log C = A + B m$ ” per una intera classe di leghe (ad esempio gli acciai al C non legati) non implica una sua rilevanza fisica, in quanto anche la distribuzione dei punti è importante, sia per quanto riguarda la statistica seguita dalle coppie logC ed m, sia per quanto riguarda la dispersione dei punti.
- Anche nel caso di prove svolte nelle medesime condizioni di applicazioni del carico, il trattamento termico ha una sua notevole influenza in quanto, sebbene la distribuzione delle coppie “logC-m” sembri seguire una statistica di tipo gaussiano (valutazione solo qualitativa per la scarsità di dati a disposizione), la posizione del PP non risulta essere assolutamente realistica, risultando spesso al di fuori dello stadio II di propagazione, all'interno del quale esso deve invece assolutamente trovarsi in quanto legato alla formulazione della relazione di Paris.

In conclusione, la relazione “ $\log C = A + B m$ ” fra i coefficienti C ed m della relazione di Paris implica l'esistenza di un punto comune a tutte le curve di propagazione denominato punto di pivot. Tale punto è fisicamente importante solo nel caso in cui si trovi contenuto all'interno dello stadio II di propagazione e, quindi, solo nel caso in cui sia ottenuto dall'analisi di un insieme di prove omogenee per composizione chimica, trattamento termico e rapporto di carico.

BIBLIOGRAFIA

1. *ASTM Standard Test Method for Measurements of Fatigue Crack Growth Rates (E647-93)*, Annual Book of ASTM Standards, vol. 03.01, American Society for Testing and Materials, (1993).
2. Paris PC, "A rational analytic theory of fatigue", *The trend of Engineering at the University of Washington*, 1961; 13(1), 9.
3. Hickerson JP, Hertzberg RW, "The role of mechanical properties in low-stress fatigue crack propagation", *Metallurgical Transactions A*, 1972, 3A, 179.
4. McCartney LN, Irving PE, "A correlation for fatigue crack growth rate", *Scripta Metallurgica*, 1977, 11(3), 181.
5. Cortie MB, "The irrepressible relationship between the Paris law parameters" *Engineering Fracture Mechanics* 1991; 40(3), 681.
6. Cortie MB, Garrett GG "On the correlation between the C and m in the Paris equation for fatigue crack propagation" *Engineering Fracture Mechanics* 1988; 30(1), 49.
7. Tanaka K, "A correlation of ΔK_{th} -value with the exponent m in the equation of fatigue crack growth for various steels", *International Journal of Fatigue*, 1979, 15(1), 57.
8. Iost A, Lesage J, "On the existence of a pivot point for stage II fatigue crack growth", *Engineering Fracture Mechanics* 1990; 36(4), 585.
9. Iost A, "The effect of load ratio on the m-lnC relationship", *International Journal of Fatigue*, 1991, 13(1), 25.
10. Brahmi S, Lehr P, "Analyse statistique de la propagation des fissures de fatigue dans les matériaux métalliques", *Revue de Métallurgie*, 1992, 769.
11. Cavallini M, Iacoviello F. "A statistical analysis of fatigue crack growth in a 2091 Al-Cu-Li alloy", *International Journal of Fatigue*, 1995, 17(2), 135.
12. Bergner F, Zouhar G "A new approach to the correlation between the coefficient and the exponent in the power law equation of fatigue crack growth", *International Journal of Fatigue*, 2000, 22, 229.
13. Iacoviello F, "Statistical behaviour of ΔK threshold values and life prediction analysis in 2091 Al-Li alloy", *International Journal of Fatigue*, 2000, 22, 657.
14. Taylor D, Jianchun L, "Sourcebook on fatigue crack propagation", Chamaleon Press LTD, London, UK.
15. Collipriest JE, ASME, 1972, 43.