

LEGGE APPROSSIMATA DI VARIAZIONE DELLA TRIASSIALITÀ DA NECKING E SUO EFFETTO SU UN MODELLO DI CRESCITA DEI VUOTI

G. La Rosa, G. Mirone, A. Risitano

Dipartimento di Ingegneria Industriale e Meccanica, Università di Catania

SOMMARIO

La maggior parte dei modelli di evoluzione del danno utilizza, per la determinazione di parametri caratteristici e di criteri di frattura, le ipotesi approssimate di *proportional loading* ovvero di costanza del rapporto tra le tre componenti principali del tensore di stress. Ciò implica tra l'altro che il rapporto tra tensione idrostatica e tensione equivalente (detto anche fattore di triassialità TF) viene approssimato a costante durante la generica storia di carico considerata e pari al valore deducibile dalla geometria indeformata. In questo lavoro viene utilizzato il modello di crescita dei vuoti di Rice e Tracey in abbinamento ad una legge, ricavata in precedenti lavori degli autori, che permette di ricostruire il valore, medio sul necking, del fattore di triassialità durante il susseguirsi dei vari livelli deformativi che portano a rottura in prove di trazione con carico crescente monotonicamente. Il risultante modello combinato di crescita vuoti/crescita triassialità è stato testato applicandolo a dati sperimentali disponibili in letteratura.

ABSTRACT

Most damage models determine their material constants and failure criterions relying on the hypothesis of proportional loading, so neglecting the variability of the triaxiality ratio due to the necking. In this work, the Rice and Tracey model was combined with a law, previously defined by the authors, which relates the triaxiality and other necking parameters to simply measurable experimental data from tensile tests. The resulting model has been used to reproduce void growth data available in the literature.

INTRODUZIONE

E' noto ormai da tempo che il danneggiamento dei materiali duttili si manifesta sotto forma di microvuoti che traggono origine dal distacco o dalla rottura di inclusioni interne al materiale (nucleazione dei vuoti a partire da carburi, solfuri, impurità in genere), e successivamente crescono sino ad entrare in contatto ed unirsi gli uni con gli altri (coalescenza dei vuoti).

La nucleazione è associata al raggiungimento di un valore di tensione idrostatica o deformazione normale in grado di causare il distacco delle inclusioni dal materiale circostante (matrice) o di frantumare l'inclusione stessa. Al raggiungimento di tale stato tensionale-deformativo si considera, per meglio descrivere la nucleazione, una distribuzione statistica o una percentuale che definisce l'aliquota di inclusioni che effettivamente origina i vuoti, in modo da tener conto della realistica disuniformità di proprietà coesive delle varie inclusioni.

La seconda fase dello sviluppo di un vuoto, quella della sua crescita, è descritta in maniera molto approfondita dal modello di Rice e Tracey [1] che è stato ripreso per la definizione di numerosi criteri di frattura duttile. Quasi tutte le teorie in letteratura sono comunque concordi nel ritenere che la variazione delle dimensioni di un vuoto appena originato è scomponibile in due parti: una riconducibile a variazioni di forma, legata alla singola componente del tensore di deformazione, l'altra riconducibile invece a variazioni di volume, legata alla deformazione plastica equivalente ed al valore del grado di triassialità (rapporto TF tra tensione idrostatica e tensione equivalente). L'andamento di tale parametro durante la storia deformativa non è misurabile sperimentalmente ed è anche di difficile valutazione numerica; il modello ad oggi più accreditato per la sua valutazione è quello di Bridgman che prevede la misura dei raggi di curvatura del profilo di necking e fornisce risultati a volte distanti dalla realtà [2, 3, 9-12, 16]. In questo lavoro, partendo da una relazione individuata in precedenza [9-12], si ricava il valor medio del TF sul neck e, di seguito, l'intera distribuzione istantanea, definita a meno di una costante che, a parità di valor medio, varia la forma della distribuzione stessa. Il TF massimo così ottenibile, relativo al centro della sezione ristretta per ogni valore di strizione istantanea, è stato introdotto nella trattazione di Rice e Tracey. Il modello così modificato è stato applicato a dati sperimentali ricavati da Le Roy et al. [7], relativi alla crescita di porosità in tre acciai al carbonio.

LEGGE DI EVOLUZIONE DEI VUOTI DI RICE & TRACEY

Il modello di Rice e Tracey si riferisce ad una cella elementare contenente una sola cavità sferica e scompone il campo deformativo in una componente remota, indisturbata dalla presenza del vuoto, ed una componente locale, che invece risente dell'effetto perturbante del vuoto. Assumendo che l'effetto della cavità (ovvero il campo perturbato locale) decresca in intensità con andamenti inversamente proporzionali alla distanza dal vuoto, e facendo ricorso ad un principio di minimo energetico dei due campi tensionali-deformativi, Rice e Tracey arrivano a definire le leggi di crescita del vuoto che, da inizialmente sferico, durante la deformazione diventa ellissoidale, con i tre semiassi disposti lungo le direzioni principali. Il generico semiasse in direzione k varia, con la deformazione plastica equivalente p , secondo la seguente legge:

$$\dot{R}_k = R_0 [\gamma \dot{\epsilon}_k + D \dot{p}] \quad (1)$$

$$\text{con } \dot{p} = \left[\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_L \dot{\epsilon}_L \right],$$

I due termini γ e D definiscono rispettivamente la variazione di forma e quella di volume del vuoto, con espressioni diverse a secondo che il materiale rispettivamente presenti hardening (2) o ne sia privo (3):

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma \cong \frac{5}{3} \\ D \cong \frac{3}{4} \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \end{array} \right. \quad (2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \gamma \cong 2 \\ D \cong 0.558 \cdot \text{Sinh} \left(\frac{3}{2} \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \right) \end{array} \right. \quad (3)$$

Questa legge di evoluzione dei vuoti, legata ad altre ipotesi su frazione di inclusioni, condizioni di nucleazione, etc., in letteratura ha costituito uno dei più utilizzati punti di

partenza per lo sviluppo di numerosi criteri di rottura. Nel seguito del presente lavoro viene esposta una trattazione che permette di risalire al grado di triassialità medio sul neck e, sotto alcune ipotesi, al suo valore massimo sull'asse di provini di trazione assialsimmetrici. Queste valutazioni saranno introdotte nel modello di Rice e Tracey e ne sarà testata la rispondenza a dati sperimentali acquisiti da letteratura.

TRIASSIALITÀ IN FASE POST-NECKING

L'insorgere del necking in una prova di trazione implica, com'è noto, che la tensione misurabile (come rapporto tra carico e sezione resistente minima) perde parte della sua utilità, in quanto smette di essere indicativa di uno stato tensionale monoassiale ed uniforme sul neck (quindi smette di essere coincidente con la tensione equivalente), e diventa invece significativa soltanto del valore di tensione assiale media sul neck.

In sostanza, il necking provoca l'impossibilità di misurare sperimentalmente la tensione equivalente durante il necking. Le relazioni matematiche costruite da Bridgman [2] sono le più affidabili che ad oggi permettono di stimare tale tensione equivalente a partire da dati misurabili sperimentalmente (carico, diametro minimo e curvatura del profilo di necking). In [11-12] è stato evidenziato, tramite numerose analisi F.E., come il rapporto tra tensione equivalente e tensione assiale, entrambe mediate sul neck, sia esprimibile in funzione di una deformazione plastica traslata, con una unica legge valida per un range di materiali metallici, visibile in Figura 1. Test recenti hanno verificato l'applicabilità della suddetta legge correttiva anche all'alluminio ed al rame.

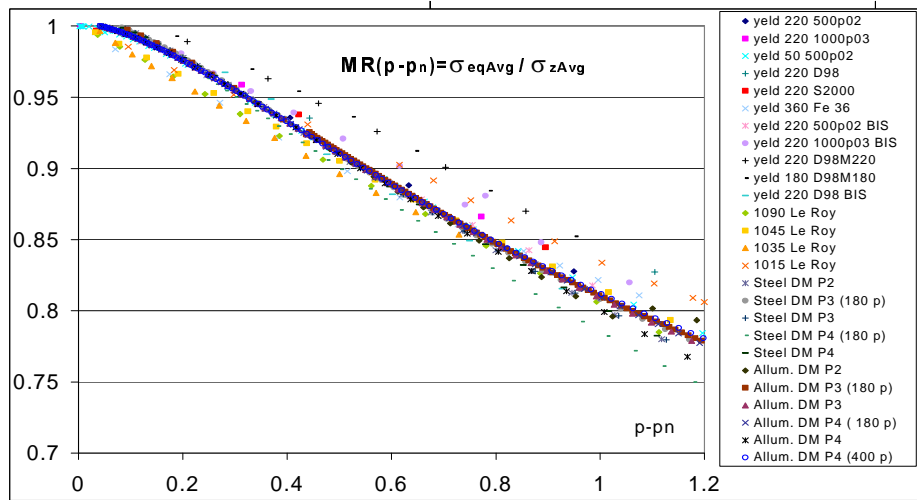


Figura 1: andamento del rapporto tra tensioni medie equivalenti ed assiali sul neck

La deformazione plastica traslata consiste nella differenza tra il valore corrente di deformazione plastica equivalente $p = 2\text{Log}(a_0/a)$ ed il valore della deformazione di innesco necking, p_n , del materiale. La legge con cui si è approssimato l'andamento del suddetto rapporto per tutti i materiali testati, con un errore rispetto ai risultati numerici inferiore al 4%, è:

$$MR(p - p_n) = \frac{\sigma_{zAvg}}{\sigma_{eqAvg}} = e^{-0.225(p-p_n)} \quad (4)$$

in cui la direzione z è quella assiale lungo cui è applicato il carico. Nel seguito si farà riferimento al sistema di coordinate polari con origine sull'asse del neck e direzioni radiali o circonferenziali indicate rispettivamente da pedici r o θ .

La validità di tale legge per molti materiali metallici indica che l'effetto del necking, in termini di grandezze medie sulla sezione ristretta, è indipendente dal materiale, o per lo meno il materiale influisce solo sulla deformazione alla quale questo comportamento comune ha inizio.

Ciò permette, oltre alla determinazione della reale curva costitutiva del materiale con un procedimento molto semplificato rispetto al passato, di ricavare, sotto certe ipotesi, parametri caratteristici (medi sul neck), come il fattore di triassialità TF .

Con riferimento alla geometria assialsimmetrica di un provino cilindrico per trazione, di raggio iniziale a_0 , siano r , a , P , e p rispettivamente l'ascissa radiale, il raggio esterno, il carico e la deformazione plastica equivalente correnti, raggiunta la fase di necking.

Una prima ipotesi consiste nel porre coincidenti, istante per istante, i valori medi sul neck delle distribuzioni di tensione radiale e circonferenziale:

$$\sigma_{rAvg} = \sigma_{\theta Avg} \quad (5)$$

Questa approssimazione coincide con i risultati dell'analisi di Bridgman che perviene appunto a distribuzioni di stress radiale e circonferenziale identiche.

Dalla (5) deriva che, qualunque sia la distribuzione di tensione equivalente al variare del raggio (comunque crescente monotonicamente dall'esterno verso l'asse), il suo valor medio è dato dalla (6):

$$\sigma_{rAvg} = \sigma_{\theta Avg} = \sigma_{zAvg} - \sigma_{eqAvg} \quad (6)$$

da cui è possibile ricavare la tensione idrostatica media come:

$$\sigma_{HAvg} = \frac{1}{3} [\sigma_{zAvg} + 2\sigma_{rAvg}] = \frac{1}{3} [\sigma_{zAvg} + 2(\sigma_{zAvg} - \sigma_{eqAvg})] = \sigma_{zAvg} - \frac{2}{3} \sigma_{eqAvg} \quad (7)$$

Pertanto il fattore di triassialità medio sulla sezione ristretta, tenuto conto di (4) e (7), per ogni valore di strizione diventa:

$$TF_{Avg}(p) = \frac{\sigma_{HAvg}}{\sigma_{eqAvg}} = \frac{1 - \frac{2}{3} MR(p - p_n)}{MR(p - p_n)} \quad (8)$$

Sotto opportune ipotesi è adesso possibile determinare, magari in maniera approssimata, l'intera distribuzione di TF sul neck, a partire dal suo valore medio.

Una prima ipotesi, mutuata come si accennava in precedenza dal modello di Bridgman, consiste nel ritenere coincidenti le intere distribuzioni di tensione radiale e circonferenziale sul neck e non solo i loro valori medi, ipotesi questa che è rigorosamente vera sull'asse, approssimata al raggio esterno del neck.

Tale ipotesi comporta che in questi ultimi punti lo stato tensionale sia monoassiale ed il TF valga $1/3$. A questo punto, se si ipotizza per il TF una distribuzione del tipo:

$$TF(r, p) = h + kr^j \quad (9)$$

per ogni valore assegnato all'esponente j è possibile ricavare l'intera distribuzione di TF imponendo che il suo valore per $r=a$ sia pari ad $1/3$, e che il suo valor medio sia dato dalla (8). In definitiva si ha :

$$TF(r, p, j) = \frac{1}{3} + \left[\frac{MR(p - p_n) - 1}{MR(p - p_n)} \right] \cdot \left[\frac{j + 2}{j} \right] \cdot \left[\left(\frac{r}{a} \right)^j - 1 \right] \quad (10)$$

La distribuzione (10) permette di tenere conto, una volta fissato l'esponente j , della crescita del fattore di triassialità sull'asse del neck al crescere della deformazione plastica durante tutta la fase post-necking.

VALUTAZIONE NUMERICO-SPERIMENTALE DEL DANNO

In [7] sono riportati i risultati di una serie di prove sperimentali in cui Le Roy et al. hanno misurato il valore della porosità sull'asse del neck di provini cilindrici di diametro pari a 5 mm, realizzati con tre diversi tipi di acciaio e sottoposti a trazione sino al raggiungimento di diversi valori di deformazione plastica. Gli acciai in questione sono denominati 1015, 1045 e 1090, e una loro analisi microscopica preliminare, a materiale indeformato, ha permesso di calcolare le percentuali volumetriche di inclusioni V_f (particelle di seconda fase) nonché il raggio medio R_0 e la distanza media tra le suddette inclusioni. Sui provini deformati a vari livelli (da pochi percentili sino a rottura), le procedure di sezionamento, lucidatura ed analisi micrografica hanno poi permesso di ricavare l'andamento della porosità (frazione di vuoti per unità di area) al variare della deformazione, su punti dell'asse nel piano principale indicato in Figura 2, insieme ad ulteriori parametri meglio descritti avanti come NV e p_{th} .

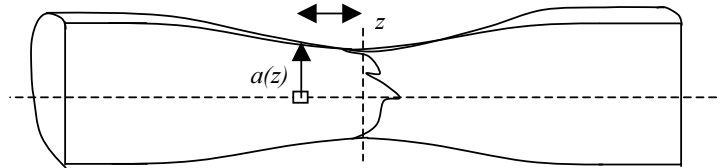


Figura 2: superficie di valutazione vuoti sull'asse del provino

I dati riportati in tabella 1 e la successiva Figura 3 sintetizzano tali risultati sperimentali

Steel	D_0 (%) Frazione iniziale di inclusioni	p_{neck} Necking Strain	P_f Failure strain	R_0 Raggio iniziale medio delle inclusioni [μm]	NV (%) Percentuale di inclusioni nucleate	p_{th} Strain di soglia rottura inclusioni
1015	1.67	0.24	1.40	0.56	32	0.62
1045	7.68	0.18	0.91	0.46	20	0.55
1090	13.59	0.16	0.63	0.50	13	0.47

Tabella 1: Dati da misurazione sperimentale del danno

Il modello di crescita dei vuoti di Rice e Tracey e la legge (10) per la previsione del TF sul necking, hanno permesso di ricostruire l'andamento della porosità al centro del neck degli acciai descritti tenuto conto dei meccanismi legati alla nucleazione.

Il vuoto, appena originato dalla decoesione tra superficie della matrice e superficie dell'inclusione, cresce in volume in maniera approssimabile secondo le (1) e (2) dato che i materiali analizzati sono senz'altro dotati di hardening.

L'ellissoide che deriva dalla cavità sferica deformata subisce da subito un incremento del solo asse longitudinale z (quello in direzione del carico).

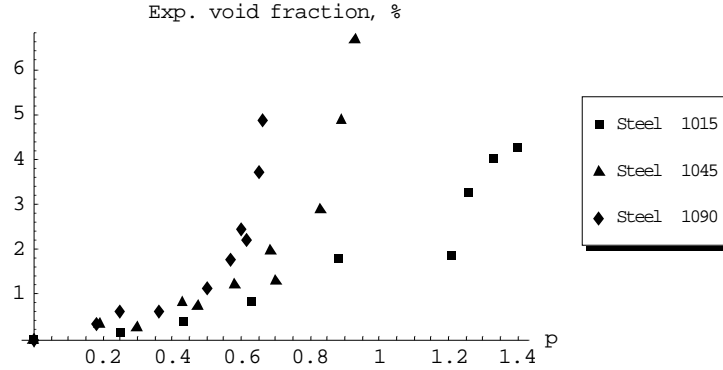


Figura 3: Porosità sull'asse della sezione ristretta (sul piano assiale) per i tre materiali

Infatti, i semiassi in direzione r e θ tendono a ridursi, almeno in una prima fase dopo la nucleazione, perché, data la bassa triassialità iniziale, il contributo prevalente è quello legato alla variazione di forma, che amplifica la deformazione radiale negativa. Tale tendenza alla riduzione è però contrastata dalla presenza dell'inclusione che, per quanto distaccata dalla superficie della matrice circostante, essendo molto più dura e rigida della matrice costituisce un vincolo al restringimento dei due semiassi minori del vuoto. Quando lo stress idrostatico è cresciuto abbastanza ($p=p_{th}$), l'inclusione si frantuma dando il via al restringimento del vuoto nelle direzioni r e θ , a meno che nel frattempo la triassialità abbia reso il termine D della (2) prevalente rispetto al termine γ . In sostanza, i semiassi minori del vuoto rimangono di dimensioni pari a quelle iniziali fin quando inizia una fase di riduzione seguita da crescita oppure direttamente una fase di crescita, a secondo che l'inclusione venga frantumata prima o dopo che la triassialità abbia raggiunto valori tali da far dilatare il vuoto in direzione trasversale. Ovviamente questo meccanismo non riguarda la dimensione assiale dei vuoti che, invece, cresce monotonicamente dal primo istante successivo al distacco tra inclusione e matrice.

Per quanto riguarda la nucleazione, intesa come decoesione tra inclusione e matrice, si è ipotizzato che essa avvenga poco dopo lo snervamento, a deformazioni plastiche prossime allo zero, ma i vuoti originati, a causa dell'inclusione ancora integra al loro interno, non modificano le loro dimensioni durante tutta la strizione precedente la deformazione di soglia p_{th} . Solo dopo il raggiungimento di tale deformazione si manifesta la rottura dell'inclusione e la vera crescita del vuoto. Chiaramente, anche nella prima delle due suddette fasi, la percentuale di vuoti per unità di superficie è in aumento a causa della riduzione dell'area lorda in misura direttamente legata alla deformazione plastica secondo la (11):

$$A(A_0, p) = A_0 e^{-p} \quad (11)$$

dove A_0 ed A sono rispettivamente la generica areola elementare indeformata e la stessa sottoposta alla deformazione attuale. Implementando il meccanismo descritto tramite un set di relazioni costituito dalle leggi di Rice e Tracey, dalla (10) valutata sull'asse e da una funzione a gradino unitario che permette di far entrare in gioco la deformazione di soglia, è possibile calcolare le tre dimensioni caratteristiche del vuoto ellissoidale.

Al generico livello di deformazione p successivo alla soglia p_{th} , l'intersezione tra un vuoto sull'asse del provino ed il piano di Figura 2 avrà un'area ellittica A_v calcolabile tramite la seguente relazione scaturita da (1):

$$A_v = \pi \cdot R_r(p) \cdot R_z(p) = \pi \cdot R_0^2 \left\{ 1 + \int_{p_{th}}^p \left[\gamma \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) + D(p) \right] \cdot dp \cdot \int_{p_{th}}^p [\gamma + D(p)] \cdot dp \right\} \quad (12)$$

in cui la funzione $D(p)$ contiene l'espressione (10) per il calcolo del grado di triassialità sull'asse. La frazione di vuoto sulla superficie elementare, pari per definizione al rapporto tra l'area di tutti i vuoti interni ad essa e l'area totale della stessa superficie elementare, tenuto conto delle (1), (2) ed (11) vale allora:

$$D(p) = \frac{N \cdot NV \cdot A_v}{A} = \frac{N \cdot NV \cdot \pi \cdot R_0^2 \left\{ 1 + \int_{p_{th}}^p \left[\gamma \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) + D(p) \right] \cdot dp \cdot \int_{p_{th}}^p [\gamma + D(p)] \cdot dp \right\}}{A_0 \cdot e^{-p}} \quad (13)$$

dove N è il numero di inclusioni presenti su tale superficie ed NV è la percentuale di tali inclusioni che ha nucleato dei vuoti. Alcuni termini della (13) costituiscono la percentuale, calcolata sperimentalmente e riportata in Tabella 1, delle inclusioni sul materiale indeformato (spesso identificata con il valore iniziale di danneggiamento del materiale vergine). Pertanto la (13) può essere riscritta come segue:

$$\frac{N \cdot \pi \cdot R_0^2}{A_0} = D_0$$

$$D(p) = D_0 \cdot NV \cdot e^p \cdot \int_{p_{th}}^p \left[\gamma \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) + D(p) \right] \cdot dp \cdot \int_{p_{th}}^p [\gamma + D(p)] \cdot dp \quad (14)$$

L'equazione (14), integrata tra la deformazione di soglia e quella corrente, fornisce la porosità percentuale nel predetto range di deformazione plastica. Per la fase precedente (deformazione plastica equivalente compresa tra zero e p_{th}), in cui si è ipotizzato che le cavità originate all'inizio della plasticizzazione mantengano le dimensioni originarie riportate in Tabella 1, l'incremento di porosità percentuale è più semplicemente dato dal fatto che la sezione del neck si riduce e pertanto tale porosità è esprimibile dalla (15):

$$D(p) = \frac{N \cdot NV \cdot \pi \cdot R_0^2}{A_0 \cdot e^{-p}} = D_0 \cdot NV \cdot e^p \quad (15)$$

Per ottenere il valore del danno dalle (14) e (15), è ancora necessario valutare l'esponente da assegnare alla (10) perché restituisca un valore di triassialità sul neck. Il valore di tale esponente, individuato per i tre materiali studiati in ragione di 2, 0.5 e 0.15 rispettivamente per l'acciaio 1015, 1045 e 1090, ha permesso di riprodurre gli andamenti della porosità secondo quanto riportato nelle Figure 4, 5 e 6. Per quanto riguarda la fase deformativa precedente a p_{th} , dal confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali si evince che l'ipotesi dei vuoti che non mutano la loro dimensione iniziale a causa dell'effetto di vincolo dell'inclusione è decisamente sensata e supportata dai risultati di altri autori [3, 6, 7, 14, 16].

Successivamente a tale soglia, dalle Figure 4, 5 e 6, si nota che l'ipotesi di triassialità uniforme e costante (pari ad $1/3$ su tutto il neck e per tutta la storia deformativa) porta a previsioni poco attendibili. Miglioramenti si ottengono se, invece di una deformazione di soglia discreta, si introduce una legge che simuli il meccanismo per cui la rottura delle inclusioni avviene gradualmente, in un range di deformazioni non nullo nell'intorno della p_{th} .

Per avere idea delle distribuzioni di TF sul neck determinate dall'esponente j a vari livelli di deformazione, nelle Figure 7 ed 8 sono riportate tali distribuzioni in

corrispondenza della deformazione di rottura di ognuno dei tre materiali, e di una deformazione intermedia pari al 40%.

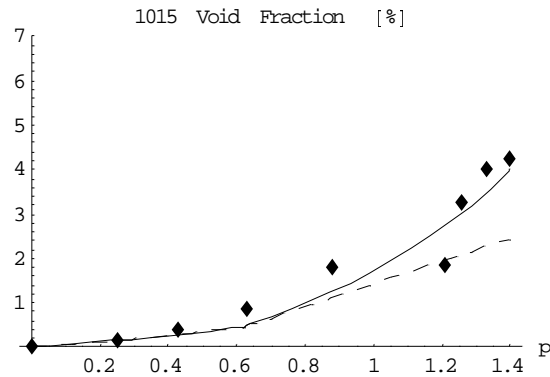


Figura 4: Porosità per l'acciaio 1015: TF esponente 2____, TF uniforme___

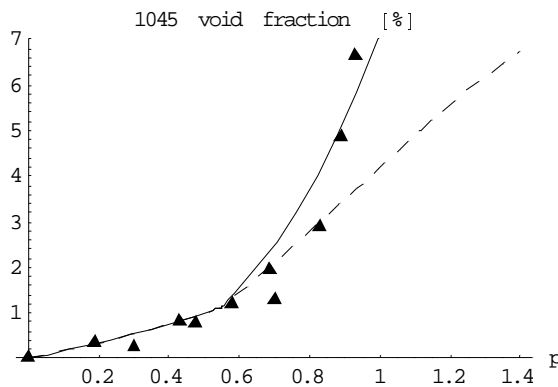


Figura 5: Porosità per l'acciaio 1045: TF esponente 0.5____, TF uniforme___

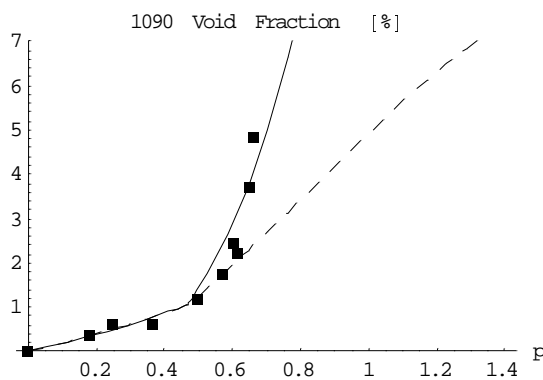


Figura 6: Porosità per l'acciaio 1090: TF esponente 0.15____, TF uniforme___

Infine in Figura 9 è riportato l'andamento della triassialità al centro del neck nell'intero range di deformazione plastica dei tre materiali, calcolato secondo la (10) utilizzando gli esponenti descritti in precedenza. Come si può vedere, il modello matematico utilizzato per riprodurre comportamento del neck, insieme alla scelta degli esponenti suggerita dall'andamento del danno, forniscono una previsione secondo cui il grado di triassialità al centro del neck del materiale con maggiore hardening (acciaio 1090) cresce molto più

rapidamente rispetto a quanto accade sull'acciaio che invece ha un hardening sensibilmente minore (1015).

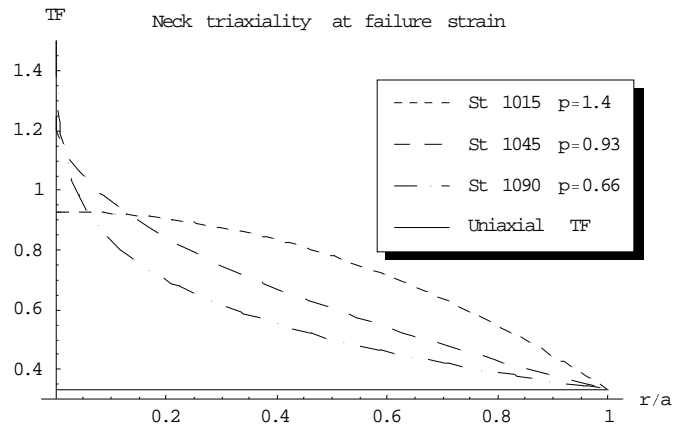


Figura 7: Distribuzione radiale di triassialità dei tre materiali deformati a rottura

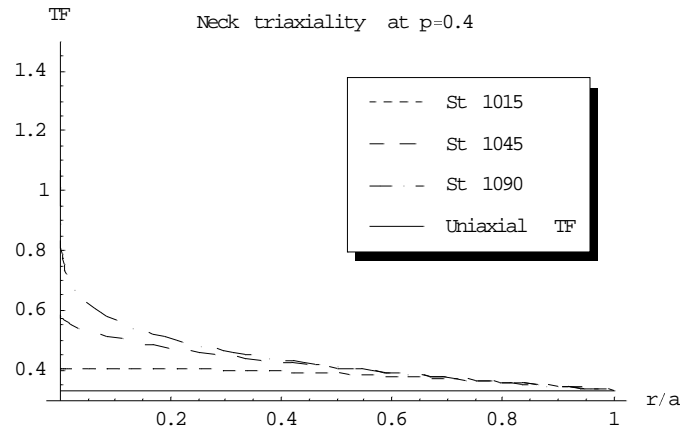


Figura 8: Distribuzione radiale di triassialità dei tre materiali a p=40%

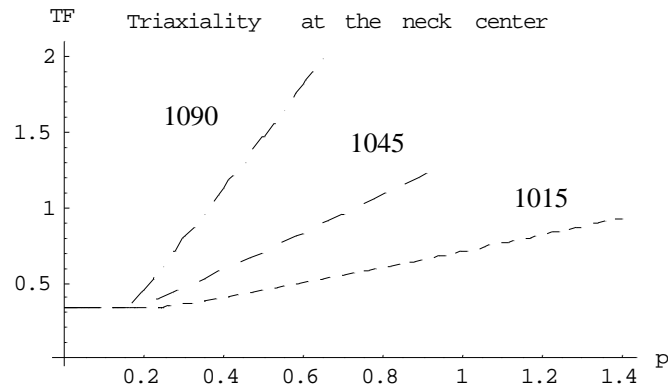


Figura 9: Andamento del grado di triassialità al centro neck nei tre materiali

CONCLUSIONI

Il modello di crescita dei vuoti di Rice e Tracey, in combinazione con un modello di comportamento del necking sviluppato dagli autori del presente lavoro, è stato utilizzato per riprodurre l'andamento del danno ricavato da prove sperimentali di Le Roy et al. [7].

Il confronto numerico-sperimentale di tale andamento ha mostrato che la rispondenza delle previsioni di Rice e Tracey è notevolmente migliorabile tenendo conto della crescita di triassialità che realmente si verifica nella fase post-necking durante prove sperimentali.

L'incremento di triassialità compatibile con le misure di danno viste, è fortemente influenzato dall'hardening del materiale (gli esponenti della distribuzione di TF variano in maniera inversa rispetto alle caratteristiche incrudenti del materiale).

La possibilità di determinare la distribuzione di TF sul neck per via analitica, apre la strada alla determinazione di altre grandezze influenzate dal necking e necessarie alla caratterizzazione dei materiali sotto elevate deformazioni plastiche.

Bibliografia

1. Rice J. R., Tracey D. M., *On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields*, J. Mech. Phys. Solids, 1969, (17), 201-217;
2. Bridgman P. W., *Studies in large flow and fracture*, McGraw Hill, 1956;
3. Earl J.C., Brown K.D., *Distribution of stress and plastic strain in circumferentially notched tension specimens*. Engineering Fracture Mechanics, 1976, (8) 599-611;
4. Hancock J.W., Brown D.K., *On the role of strain and stress state in ductile failure*. J. Mech. Phys. Solids, 1983, (31) 1-24;
5. Lemaitre J., *A course on damage mechanics*, Springer, 1996;
6. Hancock J.W., Mackenzie A.C., *On the mechanisms of ductile failure in high strength steels subjected to multi-axial stress states*. Journal Mech. Phys. Solids, 1976, (24) 147-169;
7. Le Roy G., Embury J.D., Edwards G., Ashby M.F., *A model of ductile fracture based on the nucleation and growth of voids*, Acta Metallica, (29) 1509-1522;
8. Gurson A. L., *Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth*, ASME Transactions, January 1977;
9. La Rosa G., Mirone G., Risitano A., *Numerical verification of the Bridgman model for notched and unnotched round specimens*, Proc. Sixth International Conference on Damage and Fracture 2000, 2000, Montreal, Canada, 553-563;
10. La Rosa G., Mirone G., Risitano A., *Effect of stress triaxiality corrected plastic flow on ductile damage evolution in the framework of continuum damage mechanics*, Engineering Fracture Mechanics, 2001, (68-4), 417-433;
11. La Rosa G., Mirone G., Risitano A., *Una nuova proposta numerico-sperimentale per la caratterizzazione elastoplastica*, Proc. XV Italian National Congress IGF, 2000, Bari, Italy;
12. La Rosa G., Mirone G., Risitano A., *The post-necking elastoplastic characterization: degree of approximation in the Bridgman method and properties of the flow-stress/true-stress ratio*, in press on the Metallurgical and Materials Transactions;
13. Lemaitre J., *How to use damage mechanics*, Nucl. Eng. Design, 1984, (80) 233-245;
14. Bonora N., Salvini P., Iacoviello F., *Experimental identification of damage evolution law in Al-Li 2091 alloy*, Proc. XXV AIAS National Meeting, Gallipoli, Italy, 1996, 345-355;
15. Marini B. Mudry F. Pineau A., *Ductile rupture of a 508 steel under nonradial loading*, Engineering Fracture Mechanics, 1985, (22), 375-386;
16. Alves M. Jones N., *Influence of hydrostatic stress on failure of axisymmetric notched specimens*, J. Mech. Phys. Solids, 1999, (47), 643-667;
17. Tvergaard V., Needleman A., *Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar*. Acta Metall., 1984, (32 -1), 157-169.