

ANALISI SPERIMENTALE DEI PARAMETRI DI CORRELAZIONE TRA TRIASSIALITÀ DELLO STATO DI SOLLECITAZIONE E RIDUZIONE DI DUTTILITÀ

G. La Rosa, G. Mirone, A. Risitano, S. Savarese

*Istituto di Macchine, Facoltà di Ingegneria di Catania
V.le A. Doria, 6 Catania*

SOMMARIO

Lo scopo del presente lavoro è quello di indagare sperimentalmente sul comportamento in fase plastica di differenti materiali metallici utilizzando i modelli matematici sviluppati da Bridgman relativamente a provini con geometria sia prismatica che cilindrica, e discuterne i risultati sia in termini di legame tra triassialità dello stato tensionale e riduzione di duttilità in condizioni di rottura, che in termini di legame tra i parametri caratteristici del progredire della prova di trazione, mettendo il tutto in relazione ad alcuni dei modelli disponibili in letteratura.

PAROLE CHIAVE: Plasticità, Triassialità., Necking, Riduzione di duttilità.

INTRODUZIONE

L'equivalenza tra l'effetto di stati di sollecitazione triassiali e monoassiali tramite il concetto di tensione ideale, è stata messa in discussione in campo plastico in prossimità della rottura, perché in questa fase del comportamento il cedimento del materiale è fortemente dipendente dalla riduzione di duttilità che a sua volta è legata al grado di triassialità. Qualitativamente, il legame tra triassialità dello stato tensionale e deformazione plastica a rottura è tale che al crescere della prima, quantificata in questo caso dal parametro TFD descritto avanti, si ha una riduzione della deformazione massima che il materiale può subire rispetto al caso teorico di sollecitazione monoassiale. Verifiche sperimentali di quanto detto sono numerose in letteratura per quanto riguarda provini cilindrici ma non altrettanto per provini a sezione rettangolare.

L'iter sperimentale del presente lavoro è consistito nel ricavare, per provini intagliati a sezione sia circolare che rettangolare di differenti materiali, l'andamento dei parametri geometrici caratteristici durante tutta l'evoluzione della prova registrata tramite un sistema di acquisizione ed analisi di immagini. La sequenza di immagini è stata sincronizzata a posteriori con quella dei dati carico-spostamento in uscita dalla macchina di prova. Dai dati così acquisiti si è cercato di risalire al legame deformazioni-tensioni "true" e tensioni massime durante tutta la prova, nonché ai valori di deformazione e grado di triassialità a fine prova cioè in condizioni di rottura.

Il primo dei due propositi si è rivelato fattibile per i provini cilindrici, ma non facilmente perseguibile per i provini prismatici in quanto la conoscenza dello spessore

corrispondente alla vista laterale del provino (l'unica rilevabile in continuo con una sola videocamera) non ha consentito di ricavare la sezione resistente. La determinazione dei parametri relativi all'istante della rottura è stata possibile, invece, dal rilievo delle dimensioni della sezione dei provini dopo la rottura. A questo fine si è fatto riferimento al modello di Bridgman (1952) per calcolare gli stati tensionali ed il fattore di triassialità a partire dalla misura delle grandezze caratteristiche della sezione ristretta (raggio di curvatura del necking e spessore).

DESCRIZIONE DELLE PROVE

Nella valutazione del grado di triassialità e della tensione massima secondo Bridgman (1952), si è fatto riferimento all'unico modello relativo a provini cilindrici e, tra i due riguardanti provini rettangolari, si è utilizzato quello riguardante geometrie in cui la lunghezza assiale fosse sufficientemente grande da far ritenere trascurabili gli effetti del serraggio delle morse sulla sezione di rottura. Nonostante le dimensioni della sezione ristretta stessero circa nel rapporto 1/6, questa si è discostata troppo dalla geometria rettangolare di partenza, e, come prevedibile data la scelta del tipo di provino, anche la larghezza dello stesso si è ridotta nella zona di necking. Per conoscere quindi l'evoluzione della sezione ristretta di provini rettangolari, servirebbe poter campionare sia lo spessore su tutta la sezione (almeno in un certo numero di punti) che la larghezza, oppure variare ulteriormente il rapporto tra spessore e larghezza, in modo da ridurre la variabilità del primo con la posizione, e ridurre l'effetto delle diminuzioni della seconda sulla riduzione di area, approccio questo che ci si propone di seguire in futuro. Il limite a questa possibilità è dato dalla crescente difficoltà a leggere i raggi di curvatura dei profili al diminuire dello spessore. In considerazione di quanto detto, l'andamento delle tensioni e delle deformazioni durante la prova è stato ricavato solo per alcuni dei provini cilindrici utilizzati. I parametri valutati per quanto riguarda tutta l'evoluzione della prova sono la deformazione plastica equivalente a rottura (ϵ_{eq}), la tensione true (assiale media, calcolata come rapporto tra il carico e la sezione resistente istantanea) e quella massima secondo Bridgman nella sezione ristretta. Tutte e tre queste grandezze sono calcolabili conoscendo il carico applicato, il diametro ed il raggio di curvatura del profilo di necking come funzioni del tempo ovvero del carico. Per la individuazione invece delle condizioni a rottura, le grandezze prese in esame sono la già elencata deformazione " ϵ_{eq} ", ed il fattore di triassialità di Davis (TFD). Tutti i parametri utilizzati sono definiti di seguito.

$$\epsilon_{eq} = \sqrt{\frac{2}{9} \left(\epsilon_{px}^2 + \epsilon_{py}^2 + \epsilon_{pz}^2 \right)} \quad (1)$$

$$S_z(x) = F \left(1 + \operatorname{Ln} \left(\frac{a^2 + 2aR - x^2}{2aR} \right) \right) \quad (2)$$

Dove

$$F \left(1 + \frac{2R}{a} \right) \operatorname{Ln} \left(1 + \frac{a}{2R} \right) = S_{zAVG} \quad (3)$$

$$TFD = \frac{(s_x + s_y + s_z)}{\sqrt{\frac{1}{2} * [(s_x - s_y)^2 + (s_y - s_z)^2 + (s_z - s_x)^2]}} \quad (4)$$

In queste espressioni , a secondo che si faccia riferimento a provini prismatici (cilindrici), “a” è lo spessore (il raggio) della sezione ristretta dei provini ed “x” è l’ascissa parallela allo spessore (radiale).

Imponendo le espressioni delle tensioni e delle deformazioni principali secondo Bridgman il T.F.D. e la deformazione plastica equivalente diventano:

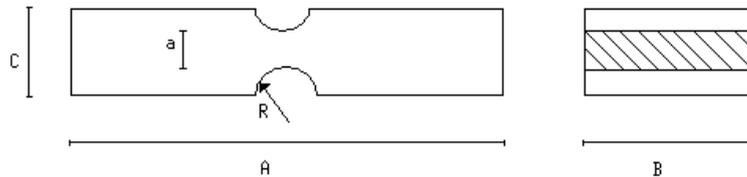
$$TFD = 1 + 3 \ln \left[1 + \left(\frac{a}{2R} \right) * \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) \right]$$

$$e_{eq} = e_z = \ln \frac{A_0}{A}$$

con “A₀“ ed “A” si indica rispettivamente l’area iniziale e l’area al generico istante durante la prova (rottura nel nostro caso), riferiti alla sezione ristretta.

I provini utilizzati sono ricavati da tondi e barre piatte di diversi materiali, ed hanno un intaglio rispettivamente sferico e cilindrico su due facce parallele, come in Fig. 1 per provino prismatico.

Fig. 1



Le dimensioni geometriche degli intagli variano per indurre stati tensionali quindi condizioni di rottura differenti. Le dimensioni dei provini, come pure i materiali sono rappresentati in Tabella.1. Sono stati sottoposti a trazione anche provini senza intaglio, due per ciascun materiale utilizzato, per determinarne l’allungamento a rottura “e” secondo norma UNI .

Secondo il criterio di denominazione dei provini adottato, “P” indica provini prismatici e “C” provini cilindrici.

Ogni provino è stato portato a rottura utilizzando una macchina per prove statiche Instron 4092, registrando la sequenza delle immagini della zona centrale, con l’ausilio del sistema di acquisizione “AV Master”, in grado di acquisire fino a 35 immagini al secondo anche se per questa analisi si è adoperata una velocità di acquisizione variabile tra 15 e 25 frames al secondo.

Per l'analisi dei singoli fotogrammi significativi estratti dal filmato, si è utilizzato il software Image Pro-Plus in grado di fornire misure con una definizione di 0.01 mm, stanti, nel nostro caso, le dimensioni del campo di ripresa di circa 1500 mm².

Le prove sono state fatte imponendo una velocità di deformazione di 2 mm al minuto per i provini in acciaio e di 1 mm al minuto per quelli in ottone o rame.

Tabella 1

Materiale	Provino	A (mm)	B (mm)	C (mm)	R (mm)	a_i (mm)
Ottone	P1	250	25	5	1	3
	P2	250	25	5	2	3
	P3	250	25	5	5	3
	P11	250	25	5	inf.	5
Fe360	P4	250	18	5	1	3
	P5	250	18	5	1.5	3
	P6	250	18	5	2	3
	P7	250	18	5	5	3
	P12	250	18	5	inf.	5
	C5	45	-----	9	20	6
	C6	45	-----	9	10	6
	C7	45	-----	9	inf.	9
C40	C8	45	-----	9	inf.	9
	C1	45	-----	9	20	6
	C2	45	-----	9	10	6
	C3	45	-----	9	inf.	9
Cu	C4	45	-----	9	inf.	9
	P8	250	25	5	1	4
	P9	250	25	5	2	4
	P10	250	25	5	5	4
	P13	250	25	5	inf.	5

RISULTATI DELLE PROVE

I valori degli allungamenti a rottura sono rappresentati nella sottostante Tabella 2

Tabella 2

Fe360	24%
C40	26%
Rame	16%
Ottone	7%

Analisi sperimentale dei parametri di correlazione tra triassialità dello stato di sollecitazione e riduzione di duttilità

Le grandezze rappresentative delle condizioni di failure sono in Tabella 3 dove, con A_0 ed A_f si indica rispettivamente l'area della sezione ristretta iniziale ed alla rottura. I valori dei TFD sono ovviamente calcolati al centro della sezione ristretta del provino assegnando alla variabile "x", coordinata parallela allo spessore con origine sul piano medio (coordinata radiale con origine sull'asse del cilindro), il valore zero.

Tabella 3

Materiale	Provino	R_f	TFD	A_0	A_f	ϵ_{pl}
Ottone	P1	1,048	2,64	75	-----	-----
	P2	2,026	1,93	75	65,18	0,14
	P3	7	1,29	75	64,40	0,15
	P11	-----	-----	125	-----	-----
Fe360	P4	0,497	3,70	54	45,76	0,17
	P5	0,6	3,35	54	44,98	0,18
	P6	1,024	2,66	54	-----	-----
	P7	2,2	1,80	54	38,50	0,34
	P12	3,1	1,84	90	49,98	0,59
	C5	5	1,54	28,27	12,25	0,84
	C6	5,2	1,52	28,27	11,95	0,86
	C7	9,47	1,41	63,62	24,63	0,95
C40	C8	10	1,39	63,62	24,19	0,97
	C1	6,12	1,40	28,27	9,62	1,08
	C2	4,4	1,57	28,27	10,75	0,97
	C3	10,8	1,33	63,62	19,63	1,18
Cu	C4	11,3	1,31	63,62	19,24	1,20
	P8	0,558	4,07	100	72,60	0,32
	P9	4,39	1,55	100	69,90	0,36
	P10	5,7	1,39	100	69,02	0,37
	P13	12	1,19	125	53,20	0,85

Per il calcolo dei raggi di curvatura si sono rilevate le coordinate di punti del profilo a diversa distanza dalla sezione ristretta, ottenendo altrettanti valori del raggio e del TFD come visibile in Fig. 2. I valori di raggio scelti corrispondono a lunghezze della corda sottesa per le quali il valore del grado di triassialità si è pressochè stabilizzato. I valori di deformazione plastica e grado di triassialità elencati nella precedente tabella sono stati confrontati in Fig. 3 con le curve che Mackenzie et al. (1977) ha ricavato per correlare i parametri di rottura di alcuni materiali.

E' da evidenziare che il parametro di triassialità dello stato tensionale utilizzato da (Mackenzie et al., 1977) è dato dal rapporto tra la media delle tre tensioni principali e la tensione di Von Mises, come tale sta al T.F.D. nel rapporto di 1:3.

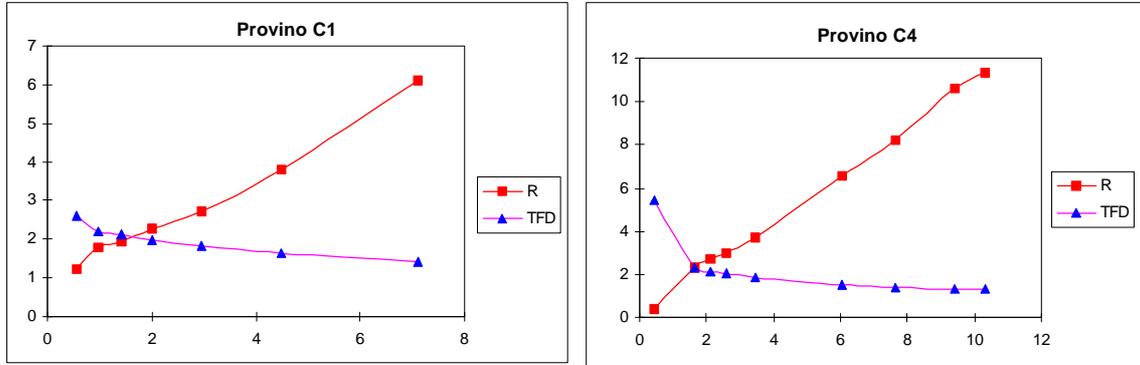


Figura 2.

Per quanto riguarda l'andamento del legame tensioni-deformazioni, in Fig. 4 sono riportati i risultati relativi ad alcuni dei provini cilindrici testati, e precisamente uno con intaglio ed un senza, per ognuno dei due materiali da cui sono stati ricavati provini cilindrici .

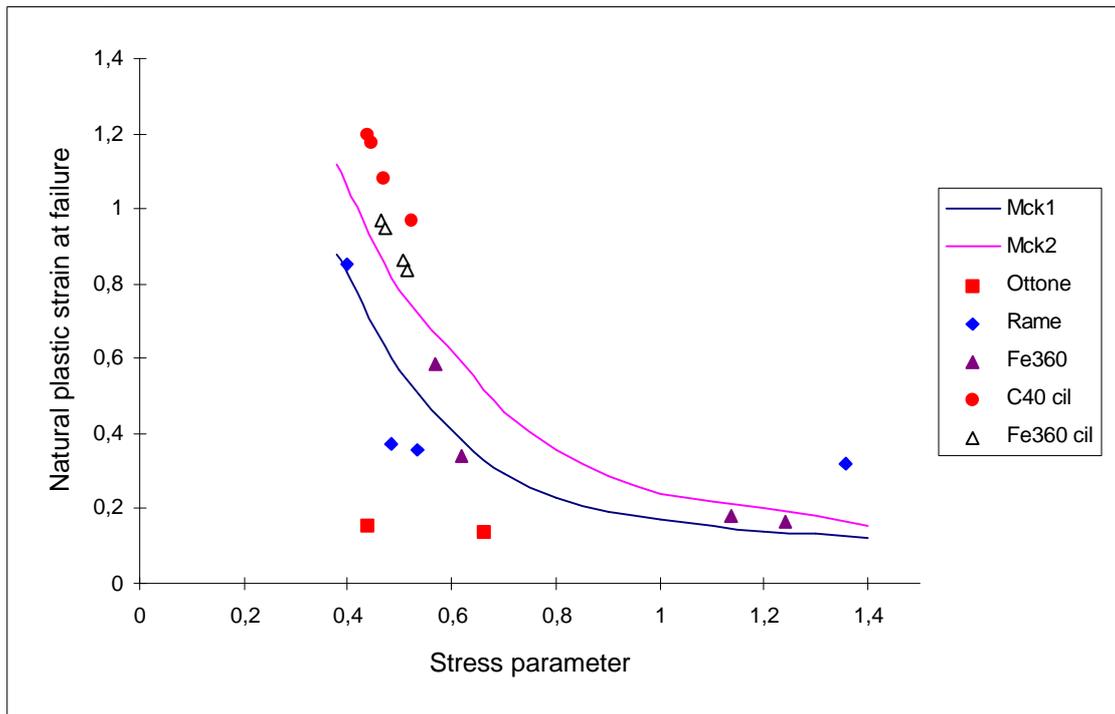


Figura 3

I dati riportati sono la tensione media e quella massima sulla sezione ristretta nelle ipotesi di Bridgman di distribuzione parabolica dalle tensioni scalata in funzione del raggio di curvatura del necking e di quello della sezione, secondo l'espressione (2). In questo caso il raggio del cerchio osculatore è stato calcolato facendo riferimento a distanze assiali dell'ordine dei 3-4 mm.

Analisi sperimentale dei parametri di correlazione tra triassialità dello stato di sollecitazione e riduzione di duttilità

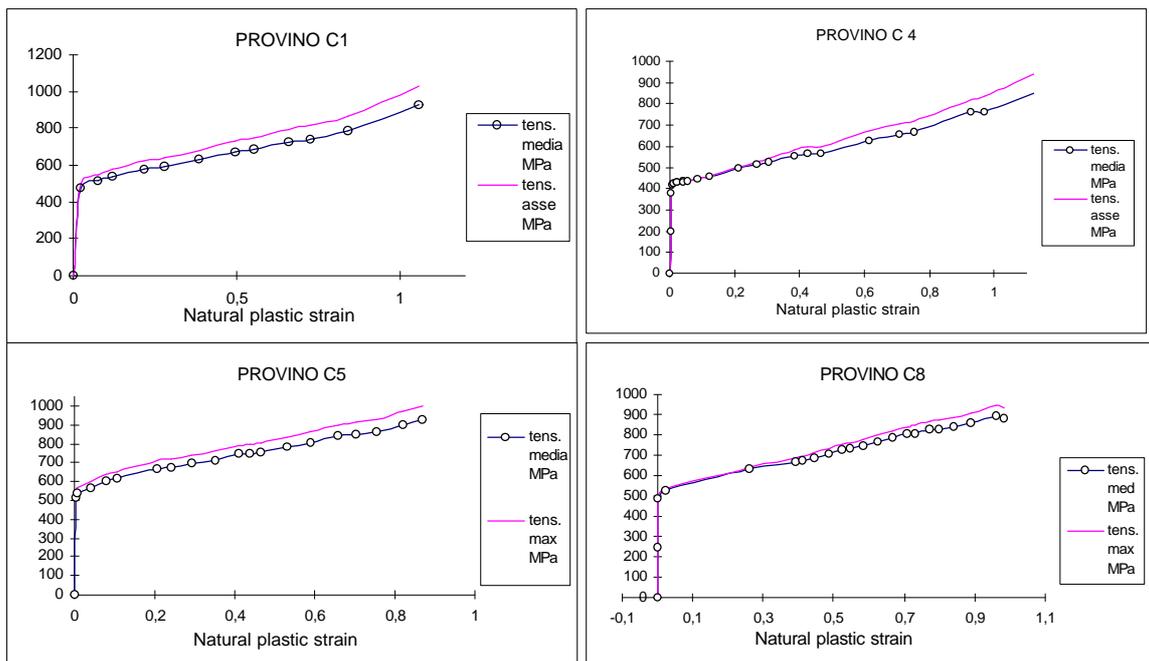


Figura 4

Inoltre, per due i provini C1 e C4 è stato tracciato l'andamento, in Fig 4, del rapporto tra raggio di curvatura del profilo di necking (calcolato come sopra) e raggio della sezione, al variare della deformazione durante la prova. Gli andamenti sono risultati essere, tranne che nelle fasi iniziali delle prove, molto vicini a delle iperboli aventi diversa costante, rispettivamente 1.35 e 2.

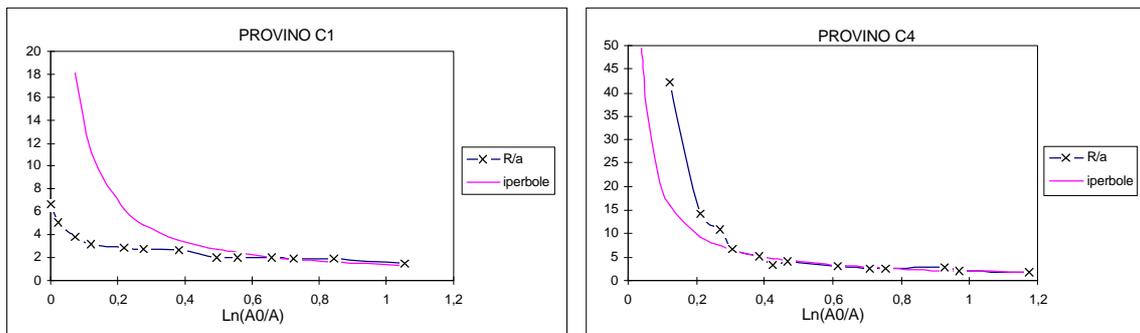


Figura 5

Le curve che compaiono in Fig. 3 sono state ricavate da Mckenzie attraverso prove su provini estratti da quattro diversi tipi di acciaio secondo le due giaciture ortogonali rispetto alla direzione di uscita del materiale dal laminatoio. Ognuno dei materiali ha dato origine a curve che differiscono abbastanza nella “short transverse direction”, ma che ricadono tutte all'interno delle due tracciate in Fig. 3 per provini ricavati secondo la “long transverse direction”, caso al quale ci si è ricondotti con i provini utilizzati nel presente studio.

Si è anche ricavato l'andamento delle tensioni secondo Bridgman su diverse sezioni del provino C4, non intagliato in C40, assumendo che tale tipo di distribuzione valga per tutte le sezioni plasticizzate. Le sezioni scelte corrispondono rispettivamente ai diametri 5mm (sezione minima), 7 mm (sezione distante 4 mm in direzione assiale da quella minima) e 9mm (sezione al confine tra zona plasticizzata e non, distante circa 20 mm da quella ristretta), Fig. 6.

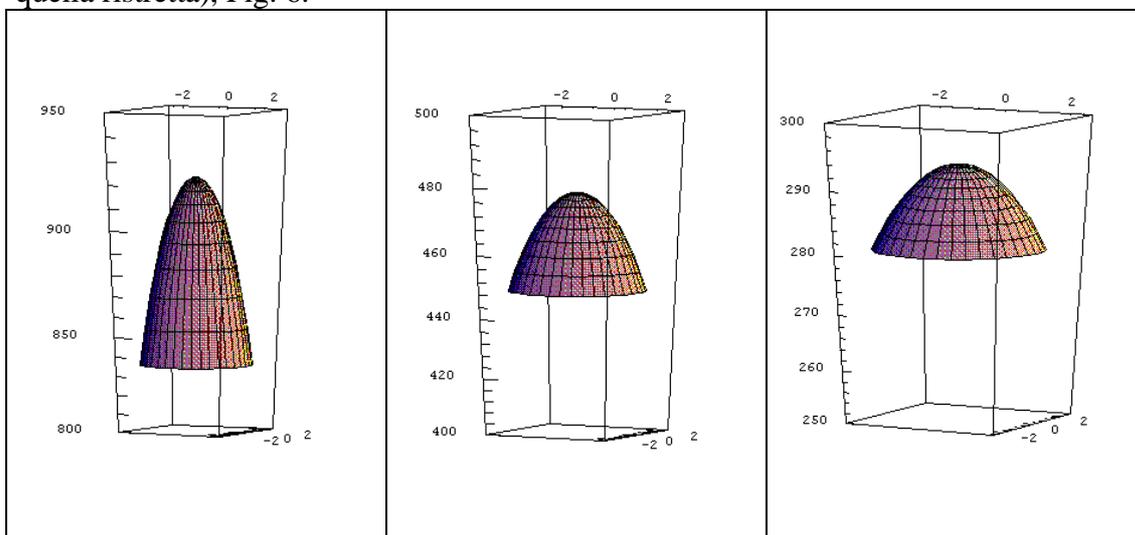


Figura 6

E' da notare che il raggio di curvatura del profilo è stato considerato costante e pari al valore scelto per il calcolo del TFD e riportato in Tab.3. Questo valore del raggio corrisponde ad una corda sottesa pari a circa 10 mm, quindi comporta una distribuzione delle tensioni vicina a quella reale nelle sezioni prossime a quella minima mentre dà luogo ad una leggera sovrastima del valore massimo (e sottostima del valore minimo) per sezioni distanti da quella ristretta come l'ultima tra quelle considerate sopra.

Al variare del raggio valutato per individuare il profilo di necking, il valore di picco della tensione sulla sezione minima non subisce variazioni sensibili, infatti passando dal valore di raggio corrispondente ad una corda sottesa pari a 4 mm (4,5 mm) a quello corrispondente ad una corda di 10 mm (11 mm) si passa da 972 MPa a 924 MPa, con una variazione vicina al 5%.

La variazione dei valori massimi e medi della tensione sulle diverse sezioni all'aumentare della distanza dalla sezione ristretta, sempre restando all'interno della zona plastica, è osservabile in Fig.7., nella ipotesi che il diametro delle sezioni vari in funzione del raggio del profilo definito sopra.

ANALISI DEI RISULTATI

La rispondenza dei risultati relativi ai due acciai provati con le curve tracciate da McKenzie è sufficiente ad escludere la presenza di errori sostanziali nel calcolo dei parametri ricavati dalla rottura dei provini, infatti i punti relativi alla rottura del Fe360 ricadono all'interno della fascia descritta dalle due curve o poco all'esterno (circa il 5% di differenza) per tutti i provini tranne il P7, provino a sezione rettangolare con intaglio di raggio 5mm, per il quale, prima della prova, è stato riscontrato un piccolo errore di

allineamento tra i centri di curvatura degli intagli sulle due facce parallele. Il fatto che a parità di materiale, Fe360, i dati relativi ai provini rettangolari risultino interni alle curve e quelli relativi a provini cilindrici siano di poco superiori alle stesse, è imputabile al fatto che la sezione rettangolare introduce intrinsecamente degli effetti di bordo sulle distribuzioni di tensioni e deformazioni, che limitano sia pure di poco il valore della deformazione plastica a rottura. E' inoltre evidente che, come prevedibile, l'acciaio C40 ha prestazioni in termini di deformazione plastica a rottura, piuttosto maggiori del Fe360 a parità di valore del parametro di triassialità.

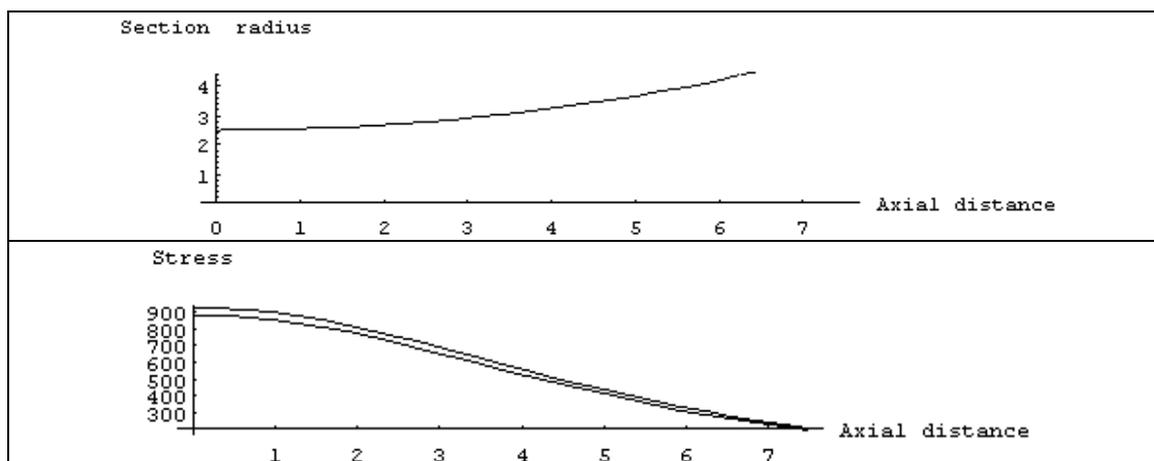


Figura 7

Considerando adesso i risultati degli altri due materiali, rame ed ottone, validati sia pure in linea di massima dal confronto fatto sull'acciaio, è possibile osservare che informazioni sul tipo di comportamento del materiale e precisamente sulla sua duttilità, potrebbero essere ricavate oltre che dai valori estremi delle curve, anche dall'andamento delle stesse. Infatti, in riferimento al rame, è evidente una sensibilità alla triassialità minore che per l'acciaio visto che il campo di deformazioni è totalmente interno a quello dell'acciaio, ed inoltre, esiste un campo di valori (alti) della triassialità per cui la pendenza della curva relativa all'acciaio è più grande di quella del rame, mentre per bassi valori della triassialità la situazione si inverte, quindi la massima curvatura nella curva del rame è maggiore che nella curva dell'acciaio. L'ottone invece, ha una escursione dei valori di deformazione plastica che non è del tutto interna al campo dei valori dell'acciaio ed inoltre la curvatura è molto bassa per qualsiasi valore del parametro di triassialità.

Dalla considerazione che per i materiali testati si è verificata una certa proporzionalità tra la max. curvatura e la duttilità del materiale, si potrebbe prendere spunto per la definizione di un parametro indicativo della duttilità.

Per quanto riguarda il legame tensioni deformazioni vere, si è avuta conferma del fatto che sia la tensione media che quella max secondo Bridgman crescono pressoché linearmente con la deformazione naturale plastica, e si può vedere anche, nonostante la scala delle deformazioni logaritmiche tenda a nascondere il fenomeno, l'effetto di irrigidimento provocato dall'intaglio, che comporta uno scostamento dalla fase elastica più brusco e per carichi più alti che nel caso di assenza di intaglio.

Inoltre, fatto questo su cui ci si riserva di approfondire lo studio, si è visto che il rapporto tra il raggio della sezione ed il prodotto della deformazione plastica per il

raggio locale del profilo di necking, si mantiene abbastanza costante nell'ultima fase della prova su provini cilindrici.

Gli autori si propongono anche di verificare, in un prossimo lavoro, la possibilità di legare il profilo della zona plasticizzata agli altri parametri che descrivono il comportamento del provino, quindi di rivedere le ipotesi che portano alla distribuzione delle tensioni ricavata da Bridgman tenendo conto anche di funzioni spostamento come quelle utilizzate in (Earl e Brown, 1976) per arrivare a definire stati deformativi che non comportino l'ipotesi, approssimata, di deformazioni plastiche costanti su tutta la sezione.

BIBLIOGRAFIA

Brigdman, P. W., 1952, "*Studies in Large Flow and Fracture*", McGraw-Hill, New York.

Mackenzie, A.C., Hancock, J.W., Brown, D. K., 1977, "*On the Influence of State of Stress on Ductile Failure Initiation in High Strenght Steels*", Eng. Frac. Mech.

Hancock, J.W., Mackenzie, A.C., 1976, "*On the Mechanism of Ductile Failure in High Strenght Steels Subjected to Multi-Axial Stress State*", J. Mech. Phys. Solids.

Earl, C., Brown, D. K., 1976, "*Distribution of Stress and Plastic Strain in Circumferentially Notched Specimens*", Engineering Fracture Mechanics.

Bonora N., 1977, "*Effect of Triaxial State of Stress on Ductile Failure Damage Parameters*", to appear in Int. J. of Fract..

Manjoine, M.J., 1982, "*Creep-Rupture Behaviour of Weldments*", Weld. Research. Supplement, pp. 50s-57s.