

INFLUENZA DELLE CONDIZIONI DI CONTATTO SULLA PROPAGAZIONE A FATICA DEI DIFETTI NELLE RUOTE DENTATE PER CAMBI AUTOMOBILISTICI

M. Guagliano, L. Vergani

*Dipartimento di Meccanica, Politecnico di Milano
Piazza Leonardo da Vinci, 32- 20133 Milano*

SOMMARIO: La rottura per fatica flessionale alla base dei denti è una delle principali cause di cedimento delle ruote dentate a denti diritti. In questo lavoro è stata valutata l'influenza delle condizioni di contatto sul valore del fattore di intensificazione degli sforzi in ruote criccate di cambi di velocità automobilistici. Analisi ad elementi finiti e calcoli condotti con un programma appositamente sviluppato e basato sul metodo delle Weight Functions hanno permesso il calcolo del K_I per diverse condizioni di contatto e differenti geometrie e dimensioni delle cricche. E' stata anche simulata la crescita a fatica di questi difetti, considerando la presenza delle tensioni residue originatesi durante i trattamenti cui tali ruote vengono sottoposte.

PAROLE CHIAVE: ruote dentate, condizioni di contatto, propagazione a fatica, difetti, Elementi Finiti, Weight Functions, tensioni residue.

INTRODUZIONE

Le trasmissioni di potenza ad ingranaggi sono molto utilizzate nell'ambito delle costruzioni meccaniche. In esse, una o più coppie di ruote dentate ingranano, sottoponendo i denti a cicli di carico che possono indurre la nucleazione e la propagazione di cricche di fatica. Le più utilizzate norme di calcolo internazionali considerano come condizioni di progetto il momento flettente che deriva dalla mutua spinta tra le ruote nel punto di contatto singolo più esterno e presuppongono che le pressioni di contatto siano uniformemente distribuite lungo il fianco del dente. Gli eventuali effetti dovuti ad un non corretto allineamento degli alberi su cui le ruote sono calettate e agli errori di lavorazione vengono introdotti nella verifica attraverso coefficienti correttivi ricavati empiricamente ed in genere conservativi. Tuttavia, le sempre più pressanti richieste di leggerezza e di corretto impiego delle materie prime hanno fortemente influenzato la progettazione di questi componenti, portando da un lato ad affinare le metodologie di calcolo, per una più fedele descrizione dello stato di sollecitazione del dente, e dall'altro a considerare la presenza di eventuali difetti e la loro propagazione, fase questa che può raggiungere il 30-40% della vita complessiva del dente (Pehan et alii, 1995), (Nicoletto, 1993). In questo lavoro si considera una ruota dentata utilizzata nei cambi automobilistici per la retromarcia, che nella vita dell'automobile viene utilizzata in modo limitato e che, quindi, è un componente meccanico particolarmente indicato per una progettazione a termine. In particolare viene esaminato l'effetto che hanno non perfette condizioni di contatto sul

comportamento meccanico di ruote dentate in cui sono presenti dei difetti. Infatti, spesso, le condizioni di ingranamento teorico sono molto difficili da realizzare, sia a causa della deformabilità degli alberi sui quali le ruote sono calettate, sia per gli errori di lavorazione alle macchine utensili o per la presenza di particelle di materiale che si incuneano nel dente e causano un contatto localizzato. In questi casi la distribuzione degli sforzi nella sezione più sollecitata non è più quella prevista utilizzando la teoria elementare delle travi e vi sono effetti di sovrasollecitazione che possono causare la formazione e la conseguente propagazione di cricche di fatica. Il valore del fattore d'intensificazione degli sforzi K_t , grandezza dalla quale dipende, attraverso la legge di Paris od altre che ad essa si ispirano (Kato et alii, 1995), (Inoue et alii, 1996), la velocità di propagazione e quindi la durata utile della ruota, è fortemente influenzato da queste condizioni di contatto anomalo. Pochi sono gli studi di cui si ha notizia aventi come obiettivo la valutazione dell'influenza delle condizioni di carico sul K_t : in particolare Flašker (Flašker et alii, 1995) ha svolto analisi ad elementi finiti tridimensionali in cui si studia l'effetto della distribuzione delle spinte sul fianco del dente. Tuttavia i risultati sono relativi, probabilmente per la difficoltà a modellare cricche meno estese, a profondità di fratture elevate (dell'ordine del mm), valore per il quale la maggior parte della vita della ruota è già stata spesa. In questo lavoro delle analisi ad elementi finiti hanno permesso di valutare il K_t per diverse tipologie (cricca a fronte diritto, cricca semicircolare centrata e cricca di spigolo a 1/4 di circonferenza) e dimensioni dei difetti. Le geometrie dei fronti di cricca analizzati sono comuni per condizioni di contatto, rispettivamente, uniformemente distribuito, concentrato nella parte centrale del dente e, infine, sulla parte terminale del fianco. Questo tipo di analisi è comunque lungo e complesso, sia in termini di modellazione, a causa delle particolari procedure che è necessario adottare per l'accurato calcolo del K_t , sia per quanto riguarda la fase di calcolo (il problema è tridimensionale). Per ovviare a questo inconveniente è stata sviluppata una procedura di calcolo tridimensionale basata sulla tecnica delle Weight Functions, notoriamente più agile e veloce per questo tipo di analisi, oltre che, generalmente molto accurata. E' stato così possibile estendere le analisi e seguire la differente evoluzione dei difetti considerati al variare delle condizioni di contatto. Dal confronto dei risultati ottenuti con gli elementi finiti sono state reciprocamente convalidate le analisi effettuate.

GEOMETRIA E MATERIALE DELLE RUOTE DENTATE

I denti della ruota che è stata considerata hanno un profilo fortemente corretto. E' stato determinato il punto di contatto singolo più esterno, che corrisponde alla condizione di carico più gravosa, e la sezione più sollecitata alla base del dente, secondo la norma UNI 8862, dove si è poi supposto che iniziassero a propagare i difetti a fatica, vedi Fig.1. La ruota dentata è stata costruita con un acciaio 18CrMo4 carbonitrurato e pallinato, di cui sono riportate le caratteristiche meccaniche monotone e cicliche a cuore (materiale non trattato) e in superficie (materiale trattato) nella tabella 1. Il profilo di durezza, mostrato in Fig.2a, è stato trovato sperimentalmente tramite misure di microdurezza eseguite su un dente nella zona del raccordo, mentre l'andamento delle tensioni residue indotte dal trattamento, riportate in Fig.2b, è stato misurato con un diffrattometro a raggi X. Nella Fig.2 (e nel resto del testo) per ruote dentate pallinate si intende ruote che sono state prima carbonitrate e poi pallinate.

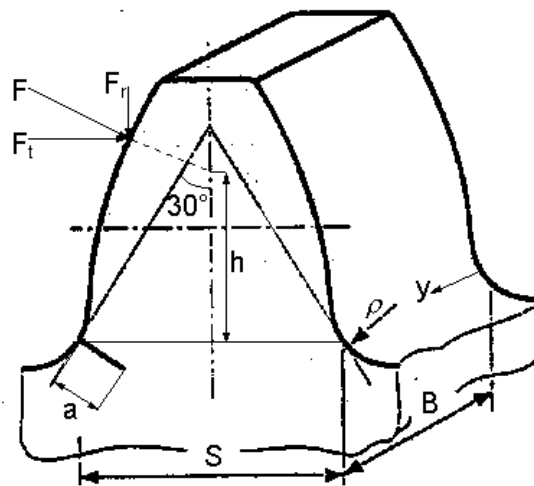


Figura 1: disegno del dente.

Tabella 1: caratteristiche a cuore e in superficie dell'acciaio 18CrMo4 carbonitrurato

	caratteristiche monotone					caratteristiche cicliche					
	R_m [MPa]	R_{sn} [MPa]	E [GPa]	n	K [MPa]	σ_f' [MPa]	ϵ_f' [m/m]	b	c	n'	K' [MPa]
materiale a cuore	1300	900	195	0,235		2510	0,053	-0,116	-0,444	0,261	2220
materiale trattato	1786	1476	195	0,129	2668	2344	0,027	-0,097	-0,398	0,244	2875

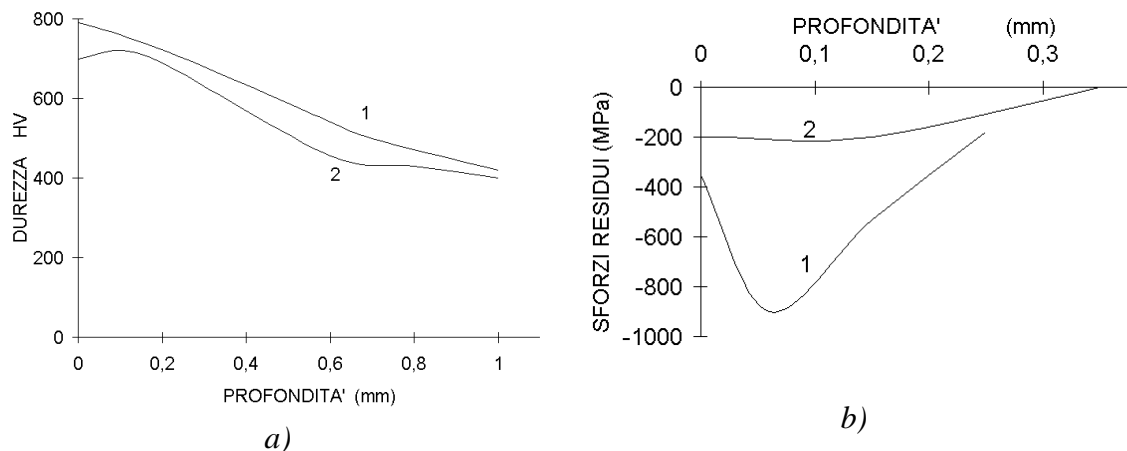


Figura 2: a) profilo di durezza nella zona del raccordo del dente; b) tensioni residue in direzione y. 1, ruote dentate pallinate 2, ruote dentate carbonitrate

Le tensioni residue sono state misurate solo in direzione y, vedi Fig.1, perché non è possibile effettuare delle misure nelle altre direzioni, a causa della forte discontinuità geometrica; si ritiene comunemente, però, che i valori e gli andamenti delle tensioni residue nelle altre direzioni siano simili a quelli misurati (Inoue et alii, 1989).

MODELLI NUMERICI

Le analisi sono state eseguite seguendo due approcci: gli Elementi Finiti e le Weight Functions. Per queste ultime è stato considerato il metodo introdotto da Bückner

(Bückner, 1971), che si basa sul teorema di reciprocità del Betti e che permette di calcolare il valore di K_I per un qualunque difetto, e qualunque stato di sforzo, purchè sia nota, appunto, la Weight Function. Sono state considerate con entrambi i metodi gli stessi tipi di difetti e le stesse condizioni di carico e i risultati sono stati confrontati tra loro. Con il programma di calcolo Abaqus ad elementi finiti è stato dapprima schematizzato il dente senza difetti ed è stato valutato il fattore di sovrasollecitazione teorica, K_t :

$$K_t = \frac{S_{max}}{S_{nom}} = 1,84$$

dove la sollecitazione massima, σ_{max} , è quella calcolata numericamente e quella nominale, σ_{nom} , è determinata considerando il dente come una mensola: $S_{nom} = 6F_v/S^2B$. Per convalidare la schematizzazione ad elementi finiti questo valore di K_t è stato confrontato con i risultati ottenuti da una indagine fotoelastica eseguita su un modello del dente stesso, trovando un buon accordo tra i valori. E' stato, poi, valutato, applicando entrambi i metodi, l'effetto di tre tipi di difetti, tra quelli che è più facile riscontrare nella realtà: difetto a profondità costante e fronte rettilineo, difetto centrale e fronte semicircolare, difetto di spigolo e fronte a quarto di circonferenza, tutti schematicamente rappresentati in Fig.3. Per ogni difetto sono state considerate differenti condizioni di carico: distribuito uniformemente su tutto il fianco del dente (caso a), distribuito su una superficie pari a metà dente in corrispondenza della metà del fianco del dente (caso b), distribuito su una superficie pari a metà del dente, ma a partire dallo spigolo del dente (caso c). Sono state scelte queste tre condizioni di carico perché corrispondono a tre situazioni estreme di contatto tra i denti. La risultante dei carichi applicati è stata mantenuta costante ed è stata determinata considerando una coppia leggermente superiore a quella di progetto. Tutte le schematizzazioni realizzate simulano un solo dente, infatti è stato prima verificato che i risultati ottenuti da queste analisi siano equivalenti a quelli che si ottengono considerando dei modelli con più denti della ruota. I vincoli rispettano le condizioni di simmetria (spostamenti circolarziali impediti sui piani di simmetria).

Difetto a fronte rettilineo. E' stato costruito un modello tridimensionale ad elementi finiti del dente, il carico è stato uniformemente distribuito lungo il fianco del dente stesso (caso di carico a) ed è stato simulato un difetto a fronte rettilineo, lungo il quale è stato calcolato il fattore di intensificazione degli sforzi K_I , tramite il valore dell'integrale J, ottenuto direttamente dal programma di calcolo con il metodo dell'avanzamento virtuale del difetto. Si è constatato che con questo difetto e questa tipologia di carico il valore di K_I lungo il fronte della cricca risulta pressoché costante, e che, quindi, è presumibile ipotizzare una propagazione uniforme del difetto, che dovrebbe mantenere la stessa forma fino al cedimento del dente. Con i valori degli spostamenti dei nodi posizionati sulla faccia del difetto è stato valutato anche il valore di K_{II} , che è risultato essere trascurabile. Per poter eseguire delle analisi con un minor dispendio di tempi di calcolo è stato realizzato un modello bidimensionale in stato di deformazione piana, vedi Fig.4, i cui risultati in termini di fattore di forma β , determinato come:

$$\beta = \frac{K_I}{S_{nom} \sqrt{p a}}$$

sono stati verificati essere del tutto equivalenti a quelli del modello tridimensionale.

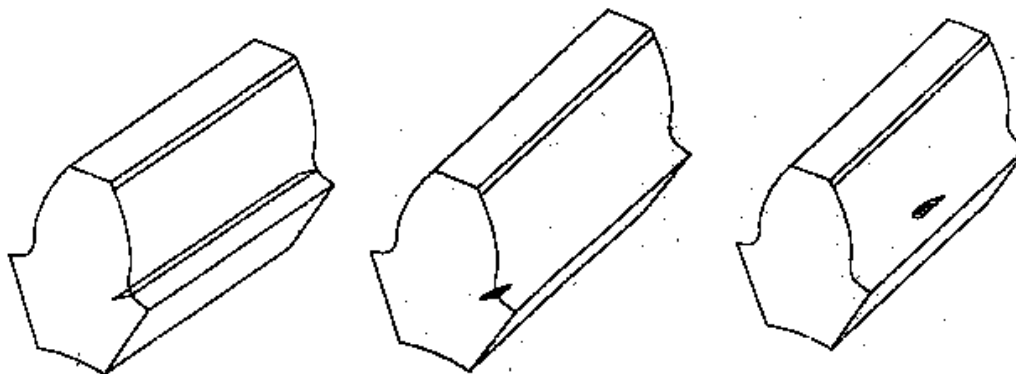


Figura 3: schema dei difetti nel dente: (a) difetto rettilineo; (b) difetto di spigolo; (c) difetto centrale.

In Fig.4 sono riportati i valori di K_I per varie profondità del difetto, ottenuti con il modello bidimensionale. E' stata determinata anche la Weight Function per questo tipo di difetto, considerando il problema piano. E' stato utilizzato l'approccio di Petroski (Petroski e Achenbach, 1978), che richiede la conoscenza di un K_I per un caso di riferimento.

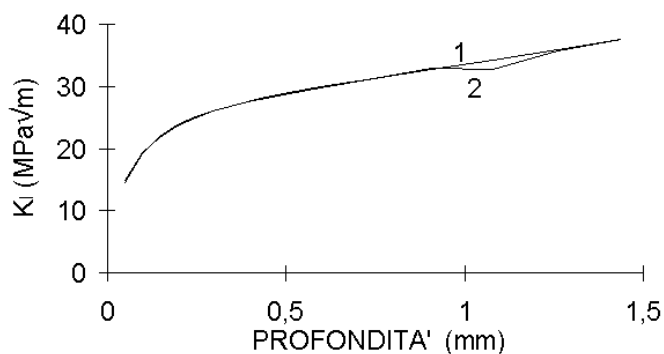


Figura 4: modello bidimensionale (1, Elementi Finiti; 2, Weight Functions): valori di K_I in funzione della profondità del difetto, per difetti a fronte rettilineo:

A questo scopo sono stati utilizzati i risultati ottenuti dalle analisi ad elementi finiti del dente criccato. In Fig.4 si possono confrontare i valori di K_I in funzione della profondità a del difetto ottenuti con le Weight Functions con quelli ottenuti con i modelli ad Elementi Finiti.

Difetto a fronte semicircolare. L'analisi del dente con questo tipo di difetto richiede lo sviluppo di schematizzazioni tridimensionali, infatti i valori di K_I lungo il fronte della cricca presentano delle elevate variazioni che non consentono l'utilizzo di soluzioni bidimensionali. In particolare i valori di K_I sono più elevati agli estremi del difetto rispetto a quelli della zona centrale, rendendo ipotizzabile una propagazione non uniforme del difetto stesso, che da una iniziale forma circolare tende ad interessare tutto lo spessore del dente. In Fig.5 è mostrata la schematizzazione del dente: a causa della simmetria del problema è stato modellato solo metà dente, imponendo i vincoli di simmetria sul piano medio.

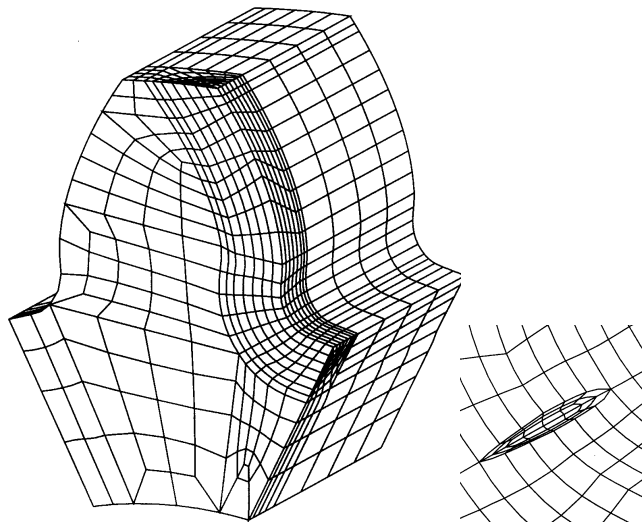
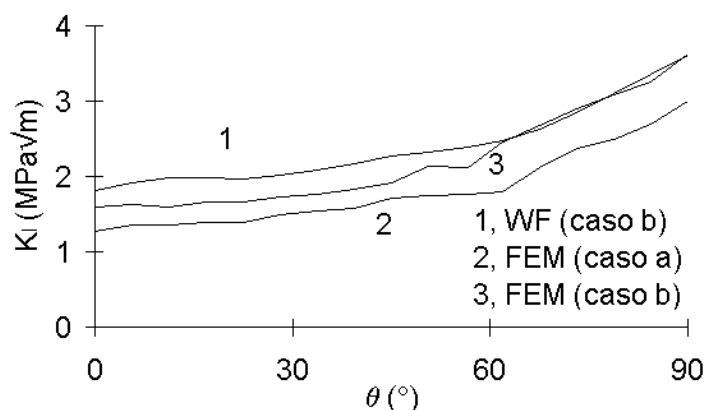


Figura 5: schematizzazione del dente e particolare del difetto.

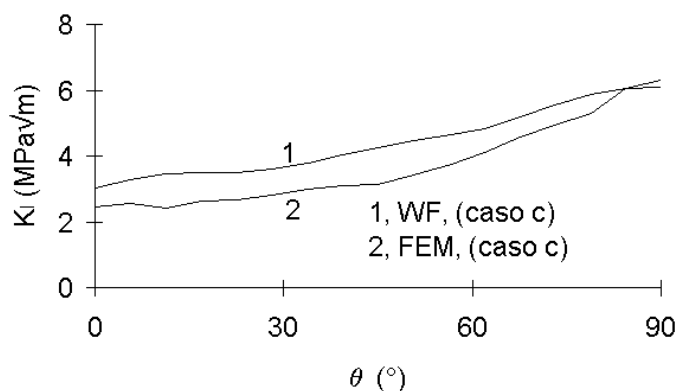
In Fig.6a sono mostrati, nel caso di un difetto di profondità $a=1,15mm$, i valori di K_I lungo il fronte della cricca, ottenuti con il modello tridimensionale, nel caso di carico distribuito (caso a) e concentrato sul fianco del dente (caso b). I valori di K_I sono espressi in funzione dell'angolo θ , ($\theta=0^\circ$ nel punto centrale della cricca e $\theta=90^\circ$ sul fianco del dente). E' evidente che quando il carico è localizzato nella parte centrale del dente, a pari coppia applicata, si hanno dei valori di K_I , e quindi della velocità di propagazione, superiori. Le modellazioni ad Elementi Finiti per difetti di piccole dimensioni risultano difficoltose; per ovviare a questo inconveniente è stata determinata la Weight Function anche per questo tipo di difetto. L'applicazione del metodo a problemi non piani è recente e non ancora ampiamente collaudata. Alcuni degli approcci che è possibile trovare in letteratura presuppongono lo svolgimento, almeno per i casi di interesse applicativo (elementi strutturali, organi delle macchine...) di analisi ad Elementi Finiti con modelli tridimensionali di elementi criccati per la determinazione della Weight Function, in parte annullando le caratteristiche di agilità computazionale del metodo. Altri, invece, permettono di calcolare le Weight Functions per il punto più profondo della cricca oltre che per la superficie della stessa: tuttavia, non è possibile determinare con precisione l'evoluzione della geometria del fronte e i risultati possono, conseguentemente, essere non esaurienti. Nel presente lavoro è stata sviluppata una procedura di calcolo basata sulla tecnica delle slices (Zhao et alii, 1989), ed adattata al caso del dente di un ingranaggio. Tale algoritmo di calcolo, per la descrizione dettagliata del quale si rimanda a (Guagliano e Vergani, 1997) permette di determinare l'andamento di K_I lungo il fronte di una cricca tridimensionale sulla base della conoscenza delle Weight Functions relative alla geometria di fratture ricavabili sezionando il dente in n piani tra loro ortogonali, riducendo così il problema tridimensionale a n problemi bidimensionali. E' stato considerato solo il carico centrato (caso b); il confronto dei risultati ottenuti con i due metodi è illustrato in Fig.6a.

Difetto di spigolo. Anche per questo difetto valgono le considerazioni viste per il caso precedente ed è, quindi, necessario utilizzare il modello tridimensionale di Fig.5 in cui sono stati rimossi i vincoli di simmetria sul piano medio. In Fig.6b sono riportati i valori di K_I ottenuti dal modello tridimensionale, si vedono i valori di K_I lungo il fronte di un

difetto, di profondità $a=1,15\text{mm}$, nel caso di contatto localizzato all'estremità del dente (caso di carico c).



a)



b)

Figura 6: andamento di K_I lungo il fronte di un difetto di profondità $a=1,15\text{mm}$ ottenuto con il modello tridimensionale e con le Weight Functions: a) difetto centrale; b) difetto di spigolo.

E' stata determinata la Weight Function anche per questo caso seguendo il metodo visto per il difetto circolare; i risultati, come si vede in Fig.6b, sono in buon accordo con quelli ottenuti dai modelli ad Elementi Finiti.

PROPAGAZIONE DEI DIFETTI

Le analisi che sono state eseguite hanno mostrato la validità del metodo utilizzato per determinare le Weight Functions anche per i problemi non piani. Una volta che è stata definita la Weight Function ed implementata la procedura di calcolo per un particolare tipo di difetto e di carico è particolarmente semplice ed agevole eseguire altre analisi variando la profondità del difetto. E' stato, quindi, possibile simulare, partendo da un difetto di dimensioni note a fronte circolare, l'avanzamento a fatica della frattura ed, in particolare, di evidenziare il differente comportamento delle due tipologie di cricca considerate. Per avere però simulazioni che siano aderenti al comportamento reale è

indispensabile valutare l'influenza delle tensioni residue dovute ai trattamenti superficiali cui vengono sottoposte le ruote dentate considerate: la carbonitrurazione e la pallinatura. Gli andamenti delle autotensioni utilizzati sono quelli riportati in Fig.2b. La legge di propagazione adottata è quella utilizzata da Blarasin (Blarasin et alii, 1997) ed ha la seguente espressione, valida per cicli di fatica pulsante:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dN} &= \frac{C}{(1-a^n)} (\Delta K_{eff}^n - \Delta K_{th}^n) & \Delta K_{th} \leq \Delta K_{eff} \leq \Delta K_c \\ \frac{da}{dN} &= \frac{C}{(1-a^n)} \left(\frac{\Delta K_{eff}^n K_{fc}^n}{\Delta K_{fc}^n - \Delta K_{eff}^n} \right) & \Delta K_c \leq \Delta K_{eff} \leq K_{fc} \\ a &= \frac{\Delta K_{th}}{K_{fc}} & K_c = (\Delta K_{th} K_{fc})^{1/2} & \frac{da}{dN} = \left[\frac{mm}{c} \right] & \Delta K = [MPa\sqrt{m}] \end{aligned} \quad (1)$$

dove, detta H la durezza Vickers:

$$\begin{aligned} \Delta K_{th} &= 2.45 + 3.41 \cdot 10^{-3} H \\ K_{fc} &= 141 - 1.64 \cdot 10^{-1} H \\ n &= 4.31 - 8.66 \cdot 10^{-3} H + 1.17 \cdot 10^{-5} H^2 \\ \log C &= -10.0 + 1.09 \cdot 10^{-2} H - 1.40 \cdot 10^{-5} H^2 \end{aligned} \quad (2)$$

Si tratta di una relazione sperimentale che tiene conto della variabilità dei parametri che caratterizzano la propagazione in funzione della durezza, ed è stata ricavata da prove su provini cementati. I valori di durezza introdotti sono quelli di Fig.2a. In Fig.7 è illustrato l'andamento del fattore di intensificazione degli sforzi per i difetti centrale e di spigolo, in 7a rispetto alla profondità, a , e in 7b rispetto alla dimensione superficiale, c . Per ogni difetto è stato considerato il caso delle ruote pallinate e carbonitrate. Nella Fig.7a sono riportati anche gli andamenti relativi alla cricca diritta: si può notare come nella fase iniziale, che ha una durata maggiore, le tensioni residue da pallinatura abbassino il valore di K_I . Dal confronto tra la cricca diritta e quella circolare appare, a pari trattamento, che le differenze più significative sono nella fase iniziale. L'algoritmo di calcolo ha anche permesso di valutare l'evoluzione della forma della cricca: in Fig.8 è illustrato l'andamento del rapporto c/a in funzione di a . Si nota che la cricca tende a diventare ellittica con semiasse maggiore superficiale fino a divenire rettilinea in corrispondenza della rottura dello strato trattato, come succede per la ruota pallinata con difetto centrale in corrispondenza di circa $a=0,2mm$. (in Fig.8a la curva è interrotta perché ci sarebbe un salto troppo brusco) e con difetto di spigolo in corrispondenza di circa $a=0,06mm$. Quando ciò succede il problema diviene bidimensionale e può essere trattato con più semplici analisi numeriche. La durata della fase in cui la propagazione deve essere trattata con analisi tridimensionali dipende, a pari carico applicato, dalla durezza superficiale e dal profilo delle tensioni residue. Infatti la maggiore durezza, se da un lato aumenta il valore del DK di soglia, dall'altro aumenta la velocità di propagazione e diminuisce la tenacità del materiale e, con essa, il valore di DK oltre il quale si ha la rottura di schianto dello strato trattato. Alla luce di queste affermazioni è immediata l'interpretazione della Fig.9, in cui è illustrato l'andamento della velocità di propagazione in superficie ed in profondità: in particolare si nota che, nel caso di ruote dentate

pallinate (Fig.9b curva 1), in superficie si arriva alla rottura dello strato trattato (quando dc/dN aumenta bruscamente) per valori più bassi di K_I , proprio per effetto della maggiore durezza.

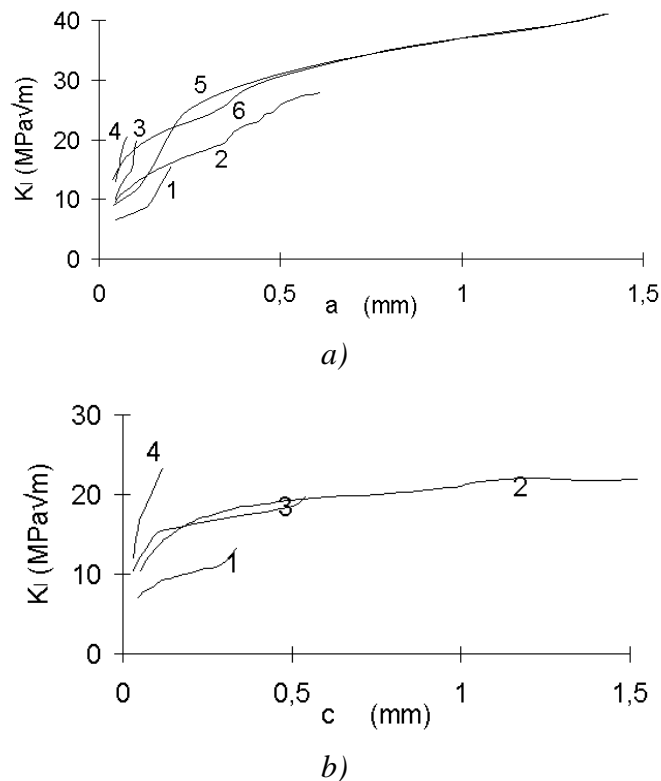


Figura 7: andamento di K_I in profondità (a) e in superficie (b); 1, ruote pallinate e difetto centrale; 2, ruote carbonitrate e difetto centrale; 3, ruote pallinate e cricca di spigolo; 4 ruote carbonitrate e cricca di spigolo; 5, ruote pallinate e cricca diritta; 6, ruote carbonitrate e cricca diritta.

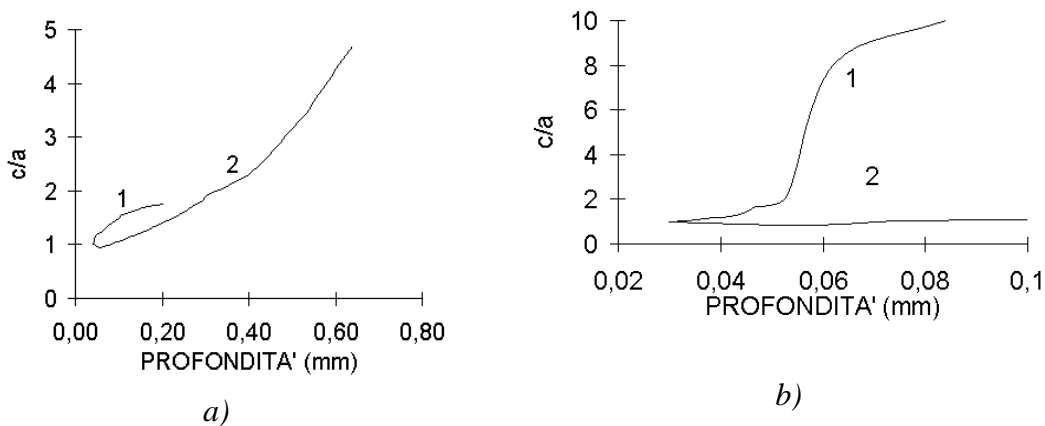


Figura 8: evoluzione della forma del difetto per ruote pallinate (1) e carbonitrate (2): a) difetto centrale e caso di carico (b); b) difetto di spigolo e caso di carico (c)

In Fig.10, sono sintetizzati i risultati relativi alle ruote pallinate (curve 1) e carbonitrate (curve 2), infatti i diagrammi a e b mostrano rispettivamente la propagazione in superficie e in profondità per un difetto centrale con caso di carico b, mentre i diagrammi

c e d mostrano le stesse propagazioni ma per un difetto di spigolo e caso di carico c. E' possibile osservare l'evidente beneficio indotto dalla pallinatura, in termini di durata. Infatti la dimensione della frattura critica (che causa, cioè, la rottura dello strato trattato) si verifica per un numero di cicli superiore rispetto al dente carbonitrurato. Se confrontiamo le curve di durata dei due tipi di difetti si vede che nel caso di difetto di spigolo (Fig.10 curve c e d) la propagazione sia molto più rapida rispetto al difetto centrale.

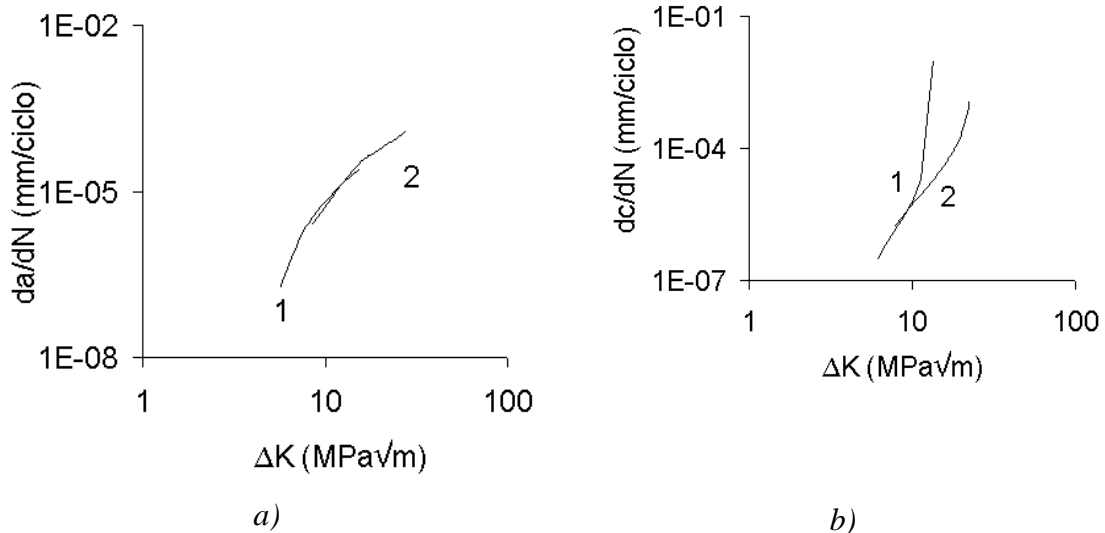


Figura 9: andamento della velocità di propagazione per ruote pallinate (1) e carbonitrate (2): a) in profondità; b) in superficie

In particolare, per quanto riguarda il dente pallinato, il valore critico di DK viene raggiunto dopo soli 3000 cicli, oltre i quali il fronte diviene rettilineo ed il problema bidimensionale. La dimensione della cricca (almeno per il carico considerato) per la quale ciò avviene in direzione perpendicolare al fianco del dente è di circa $0,06$ mm, valore per il quale, si può pensare che il dente possa ancora restare in esercizio senza causare malfunzionamenti per un numero di cicli elevato.

CONCLUSIONI

E' stato studiato il comportamento di una ruota dentata, utilizzata per la retromarcia nei cambi automobilistici, quando sono presenti dei difetti ed in particolare quando le condizioni di carico sono differenti da quelle nominali. I difetti considerati sono tre: uno a fronte rettilineo di profondità costante lungo il fianco del dente, uno centrale con fronte semicircolare e, infine, uno di spigolo con fronte a quarto di circonferenza. E' stato definito il valore del fattore di intensificazione degli sforzi K_I lungo i fronti dei diversi difetti, per mezzo di analisi ad Elementi Finiti con modelli piani e tridimensionali e per mezzo di Weight Functions, che sono state definite per problemi sia piani sia tridimensionali. Il confronto tra i risultati ottenuti con i diversi approcci ha permesso di convalidare le Weight Functions determinate e, data l'agilità del metodo, di eseguire numerose analisi, al variare della profondità dei difetti, per studiare la propagazione di questi ultimi nelle ruote dentate, considerando anche l'effetto delle tensioni residue indotte dai trattamenti superficiali. In particolare è stato concluso:

- i difetti a fronte rettilineo, provocati da un carico uniformemente distribuito sul fianco del dente possono essere trattati con modelli piani;
- i difetti a fronte circolare devono essere modellati con schematizzazioni tridimensionali, infatti il valore di K_I non è costante lungo il fronte del difetto;
- quando il dente è sottoposto a trattamento superficiale è necessario considerare l'effetto dello strato indurito e delle tensioni residue. Infatti lo strato indurito da un lato migliora la resistenza alla propagazione, aumentando il valore di soglia di DK e inducendo tensioni residue di compressione in superficie, dall'altro aumenta la velocità di propagazione a pari DK e, inoltre, fa diminuire la tenacità;
- con le Weight Functions si è potuto seguire chiaramente l'evoluzione del difetto che da circolare tende a diventare rettilineo, dopo di che è possibile trattarlo con un modello bidimensionale.

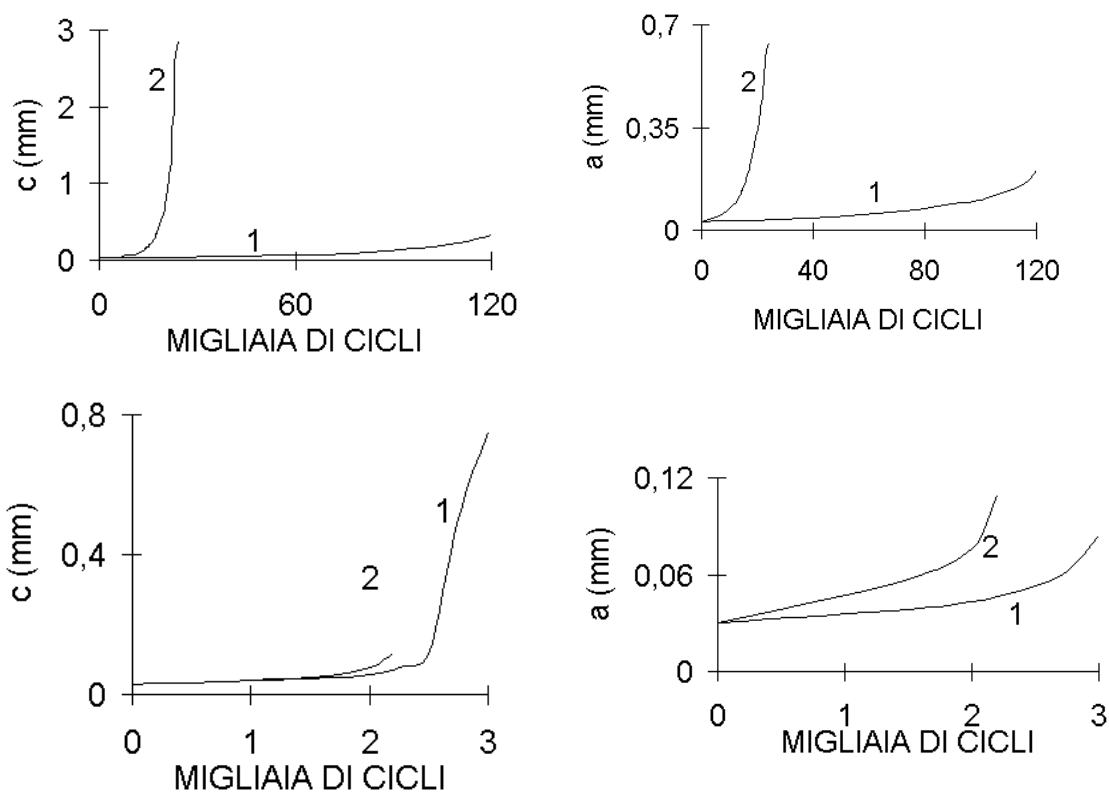


Figura 10: andamento delle dimensioni del difetto durante la propagazione: a,b) difetto centrale e caso di carico b; c,d) difetto di spigolo e caso di carico c. 1, ruote pallinate; 2, ruote carbonitrate.

RINGRAZIAMENTI

Si ringrazia l'ATA per il supporto fornito nell'ambito di questo lavoro. Questo lavoro è stato svolto con il finanziamento CNR 96.02512.CT07.

BIBLIOGRAFIA

Blarasin A., Guagliano M., Vergani L. (1997) "Fatigue Crack Growth Prediction in Specimens Similar to Spur Gear Teeth" lavoro accettato dalla rivista *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.*

Bückner H.F. (1971) Weight Function for the Notched Bar. *Z. Angew. Math. Mech.* 51, pp. 97-109.

Flaşker J., Glodez S., Pehan S. (1995) "Influence of Contact Area on Service Life of Gears with Crack in Tooth Root". *Numerical Methods in Engineering*, Vol.11, pp.49-58.

Guagliano M., Vergani L. (1997) "3D Weight Functions Approach to Crack Growth Prediction in Gears" in corso di pubblicazione

Inoue K., Maehara T., Yamanaka M., Kato M. (1989) "The Effect of Shot Peening on the Bending Strength of Carburized Gear Teeth" *JSME International Journal*. Series III, Vol.32, No.3, pp.448-454.

Inoue K., Lyu S., Deng G., Kato M. (1996) "Fracture Mechanics Based Evaluation of the Effect of the Surface Treatments on the Strength of Carburized Gears." *Proc. VDI Berichte*. NR.1320, pp.357-369.

Kato M., Deng G., Inoue K., Takatsu N. (1993) "Evaluation of the Strength of Carburized Spur Gear Teeth Based on Fracture Mechanics" *JSME International Journal*. Series C, Vol.36, No.2, pp.233-240.

Nicoletto G. (1993) "Approximate Stress Intensity Factors for Cracked Gear Teeth" *Engineering Engineering Fracture Mechanics, Fracture Mechanics*. Vol.44, No.2, pp.231-242.

Pehan S., Hellen T.K., Flaşker J. (1995) "Applying Numerical Method for Determining the Service Life of Gears" *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.* Vol.18, No.9, pp.971-979.

Petroski H.J. e Achenbach J.D. (1978) "Computation of the Weight Function from a Stress Intensity Factor" *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.10, pp. 257-266

Zhao W., Wu X.R. e Yan G. "Weight Function Method for Three Dimensional Crack Problems I e II" Vol.34, N.3, pp. 593-624.