

# PREVISIONE DELLA VITA A FATICA DI PONTI SALDATI A PIASTRA ORTOTROPA

*M. Beghini<sup>o</sup>, L. Bertini<sup>o</sup>, V. Fontanari\**

<sup>o</sup> Dip. di Costr. meccaniche e nucleari - Università di Pisa, via Diotisalvi 2, 56126 Pisa

\* Dip. di Ingegneria dei materiali - Università di Trento, via Mesiano 77, 38050 Trento

**PAROLE CHIAVE:** propagazione di cricche per fatica, meccanica della frattura, Weight function

## SOMMARIO

Il lavoro presenta una analisi orientata alla previsione della propagazione per fatica di fessure in impalcati a piastra ortotropo per ponti stradali e ferroviari. I calcoli sono stati resi possibili dalla determinazione di una Weight Function specifica per la geometria in esame e per ogni lunghezza di fessura di pratico interesse, con cui sono stati ottenuti i Fattori di Intensificazione degli Sforzi in ogni condizione richiesta.

La Weight Function è stata ottenuta applicando una tecnica mista numerica ed analitica sviluppata dagli autori e qualificata attraverso confronti con risultati numerici. E' stato analizzato anche l'effetto prodotto da tensioni residue considerando pure l'influenza dovuta alle azioni di contatto tra i fianchi della fessura.

La previsione della vita a fatica è stata condotta per diversi valori della lunghezza di fessura iniziale e dell'ampiezza del carico ciclico, ottenendo mappe di durata che possono costituire un primo passo per una razionale pianificazione delle ispezioni.

## INTRODUZIONE

Le piastre ortotrope in acciaio, realizzate con giunzioni saldate, si stanno diffondendo come elementi strutturali portanti di ponti stradali e ferroviari, permettendo di coniugare ai notevoli vantaggi economici nella costruzione e in esercizio, buone caratteristiche di durata. Le dimensioni considerevoli di questi elementi strutturali si accoppiano in genere a condizioni di tensione relativamente basse. Questo fatto, unito alla possibile presenza di difetti iniziali connessi principalmente al processo di saldatura, suggerisce che una parte considerevole della vita a fatica venga spesa nella propagazione stabile di fessure. Evidenze sperimentali di questo fatto sono state riscontrate in strutture in esercizio. Di qui l'interesse per strumenti di analisi atti a predire la propagazione di fessure in condizioni tipiche di carico ciclico. Allo scopo non può essere trascurata la notevole influenza che possono avere le autotensioni, che sono presenti essenzialmente nelle giunzioni saldate della nervatura.

Lo studio può essere intrapreso avvalendosi dei risultati riportati in recenti lavori /1,2/, che hanno messo in rilievo i vantaggi dell'approccio basato sulla Weight Function (WF) per lo studio di questo genere di problemi. Il problema di Meccanica della Frattura può essere affrontato generalizzando la tecnica sviluppata in /3,4/, ed assumendo, in accordo

con le evidenze sperimentali, che la fessura si sia innescata in prossimità della fibra inferiore e propaghi simmetricamente (fig.1).

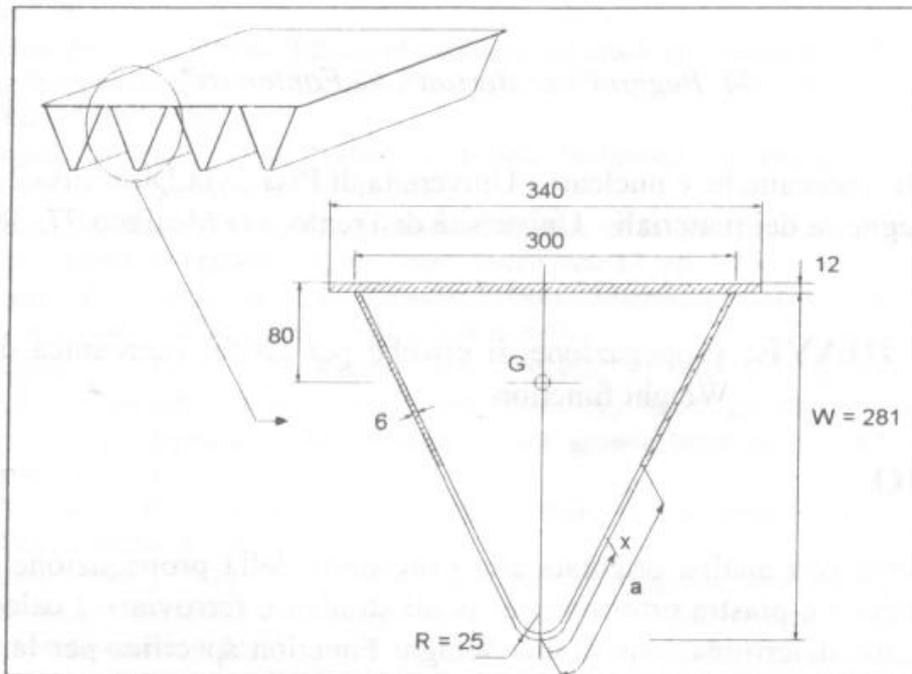


Figura 1 : geometria della struttura

La WF, la cui determinazione richiede calcoli agli elementi finiti (EF) non particolarmente complessi, consente di calcolare in modo efficiente il fattore di intensificazione degli sforzi (FIS) per qualsiasi condizione di carico e di lunghezza di fessura. La valutazione del FIS richiede la conoscenza delle tensioni nominali (applicate alla struttura integra) a prescindere dalla loro origine. Le tensioni nominali risultanti si ottengono come somma algebrica delle tensioni dovute ai carichi esterni e delle autotensioni.

Le tensioni nominali risultanti possono essere localmente di compressione e questo può indurre contatto tra i labbri della fessura. Quando si prevedono contatti è necessario disporre di strumenti di analisi in grado di individuare le zone di contatto e di valutarne gli effetti sul valore del FIS. Come dimostrato in altri studi /2/ la tecnica delle WF consente di affrontare in modo accurato ed efficiente anche questo tipo di problemi non lineari consentendo di poterli integrare in un'analisi di propagazione che richiede la valutazione di varie condizioni di carico e di molte lunghezze di fessura. Nel presente lavoro gli effetti del contatto sono stati analizzati tramite un semplice approccio approssimato delineato in /5,6/ che si è dimostrato sufficientemente accurato e molto efficiente dal punto di vista computazionale. I parametri che descrivono il ciclo di sollecitazione all'apice della fessura ( $\Delta K$  e  $R$ ) sono di solito notevolmente influenzati dalle tensioni residue e dagli effetti di contatto e questo ha chiari effetti sulla vita a fatica del componente. Nel seguito sono illustrati i metodi impiegati per la definizione del modello di propagazione e sono presentati i primi risultati di una simulazione effettuata assumendo condizioni di carico esterno di riferimento. In particolare per ogni analisi è stato assunto un momento flettente variabile sinusoidalmente da 0 ad un valore massimo costante nel tempo. E' da sottolineare il fatto che il metodo si presta senza significative modifiche e con la medesima efficienza all'esame anche di situazioni di carico più complesse come quelle derivanti dalle effettive condizioni di esercizio.

# 1. DETERMINAZIONE DELLA "WEIGHT FUNCTION" PER LA PIASTRA ORTOTROPA

## 1.1 Fondamenti teorici

Il FIS per un corpo in cui sia presente una fessura soggetta a carico simmetrico (fig. 1) può essere calcolato tramite la seguente relazione:

$$K_I = \int_0^a \sigma_n(x) \cdot h(x, a) \cdot dx \quad (1)$$

in cui  $\sigma_n(x)$  rappresenta la tensione nominale e  $h(x, a)$  è la WF, la cui determinazione per una geometria generica di solito è molto complessa e può richiedere numerose valutazioni accurate di FIS attraverso metodi numerici (p. es. FE). In /3,4/ questa difficoltà è stata superata proponendo un metodo che richiede un numero relativamente ridotto di valutazioni numeriche semplici, pur conservando una sensibile accuratezza nei risultati. Per fessure interne di lunghezza  $2a$  caricate in modo simmetrico, la WF può essere rappresentata con la generica doppia serie di potenze, riportata nella relazione seguente

$$h(x, a) = \sqrt{\frac{2}{\pi \cdot W}} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} \cdot \left(\frac{a}{W}\right)^{i-\frac{1}{2}} \cdot \left[ \left(1 - \frac{x}{a}\right)^{\frac{(2j-p-2)}{2p}} + \left(1 + \frac{x}{a}\right)^{\frac{(2j-p-2)}{2p}} \right] \quad (2)$$

in cui la WF  $h$  viene fatta dipendere da un certo numero di parametri adimensionali  $\alpha_{ij}$  definito da  $n$  ed  $m$  e dall'esponente  $p$  (di solito pari ad 1 o 2).

Alcuni dei parametri  $\alpha_{ij}$  non sono liberi ma devono essere fissati a priori per rispettare le proprietà asintotiche della WF /4/. Gli altri valori si possono ricavare considerando che, in presenza di una fessura di lunghezza  $b < a$ , deve valere la seguente relazione fondamentale /3/:

$$\int_b^a \sigma(x, b) \cdot h(x, a) \cdot dx = \int_0^a \sigma_n \cdot h(x, a) \cdot dx \quad (3)$$

in cui  $\sigma(x, b)$  rappresenta la distribuzione nel 'ligament' delle tensioni presenti nel corpo con fessura di lunghezza ridotta  $b < a$ . In /3/ lo stato di tensione della fessura  $b$  viene approssimato con l'andamento asintotico in prossimità dell'apice della fessura ( $\sigma(x, b) \propto K_b / \sqrt{(2\pi r)}$ ) e con i valori forniti da una analisi agli elementi finiti a partire da una certa distanza dall'apice.

Sostituendo l'eq. (2) nell'eq. (3) si può scrivere, virtualmente per ogni fessura di lunghezza  $b$ , una equazione contenente i coefficienti  $\alpha_{ij}$  come incognite. Accoppiando queste equazioni con l'eq.(1), scritta per un certo numero di fessure di cui si conosce lo SIF, si perviene ad un sistema lineare sovradeterminato nelle incognite  $\alpha_{ij}$  che può essere risolto con la tecnica dei minimi quadrati (Normal Equation Method).

Questo metodo richiede un numero piuttosto modesto di accurati calcoli di SIF e si dimostra relativamente insensibile alla finezza del modello FE lontano dall'apice della fessura.

## 1.2 Modello ad elementi finiti e determinazione della WF

I valori di SIF necessari per la determinazione della WF e per la sua qualificazione, sono stati calcolati sviluppando un modello ad EF (fig.2), facendo uso del codice Ansys 5.0. I valori di  $K_I$  sono stati determinati per diverse lunghezze di fessura 'a' per due diverse condizioni di carico: forza normale e flessione pura. All'apice della fessura sono stati utilizzati i 'quarter point elements' in grado di rappresentare in modo appropriato la singolarità dello stato di tensione.

Il SIF è stato valutato in due modi: mediante una media tra i valori di integrale J determinati per diversi percorsi concentrici intorno all'apice e mediante una procedura basata sugli spostamenti in prossimità dell'apice. Nella configurazione finale della magliatura i due metodi hanno fornito risultati con differenze di FIS contenute entro 1 %.

I dati di  $K_I$  relativi alla condizione di forza normale sono stati utilizzati per la determinazione dei coefficienti adimensionali della WF. Considerando  $a/W$  variabile tra 0 e 0.6, sono stati determinati circa 10 valori di  $K_I$ , relativi a lunghezze di fessura circa equispaziate, per essere inseriti nel sistema risolutivo.

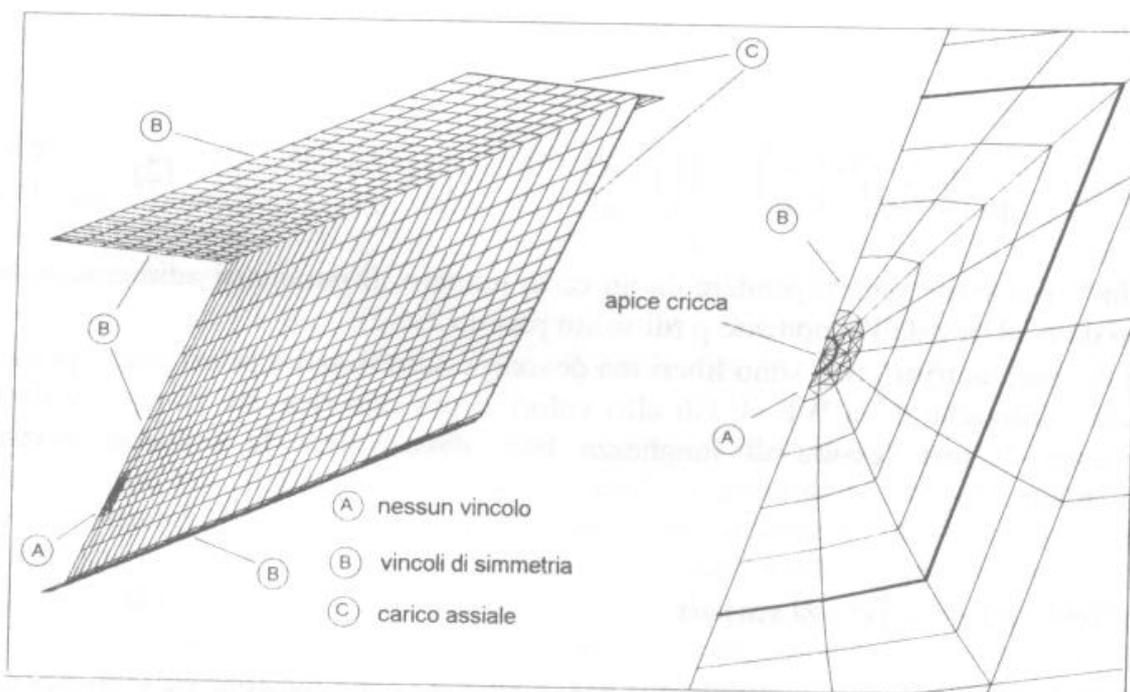


Figura 2: modello ad elementi finiti adottato per l'analisi

Da un'analisi di convergenza è emerso che l'assunzione  $n=4$ ,  $m=5$  e  $p=1$  fornisce i gradi di libertà sufficienti per un'accurata rappresentazione della WF. I coefficienti  $\alpha_{ij}$  sono riportati in tab. I.

| $i \backslash j$ | 1 | 2         | 3        | 4        | 5        |
|------------------|---|-----------|----------|----------|----------|
| 1                | 1 | 350.372   | -221.029 | -271.063 | 142.226  |
| 2                | 0 | -1643.460 | 910.196  | 1473.240 | 738.968  |
| 3                | 0 | 3973.870  | 2079.043 | 3739.593 | 1848.398 |
| 4                | 0 | 3328.206  | 1786.137 | 3039.762 | 1508.787 |

Tabella I: coefficienti della WF

In fig. 3, i valori di SIF forniti tramite la WF sono confrontati con gli equivalenti valori ricavati da E.F. mostrando un soddisfacente accordo.

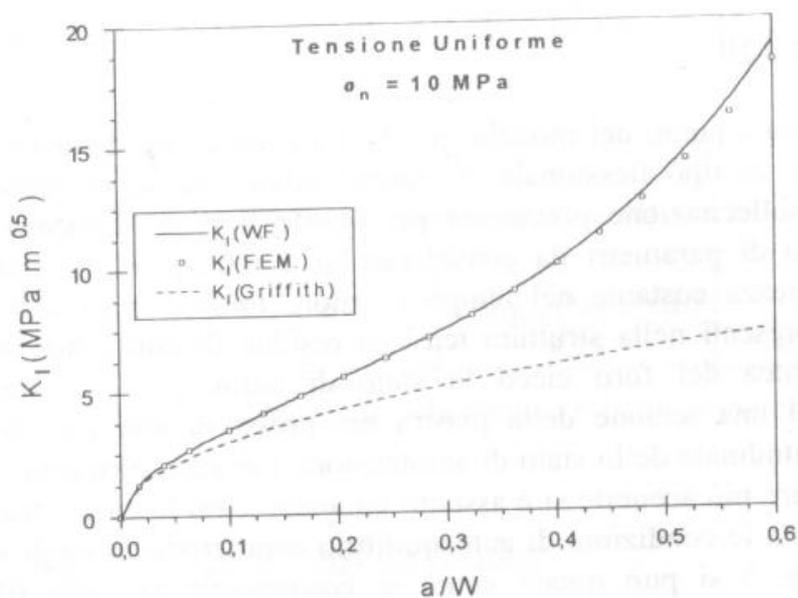


Figura 3: SIF in funzione della lunghezza di cricca per il caso di tensione uniforme

Per l'intero campo di analisi ( $a/W < 0,6$ ) la differenza massima non supera il 3% ed è generalmente compresa entro l'1% che rappresenta una stima della precisione con cui i dati di SIF sono stati ottenuti. In fig. 3 è anche riportata la curva ottenuta ipotizzando una fessura di Griffith di uguale lunghezza a sottoposta agli stessi carichi. Come atteso la curva riesce a riprodurre in modo preciso solo fessure relativamente corte. Per qualificare la WF, sono stati valutati i valori di FIS per un carico puramente flessionale. In fig. 4 essi confrontati con quelli ottenuti dal modello ad elementi finiti. Anche in questo caso l'accordo è accettabile essendo le differenze comprese entro 3%.

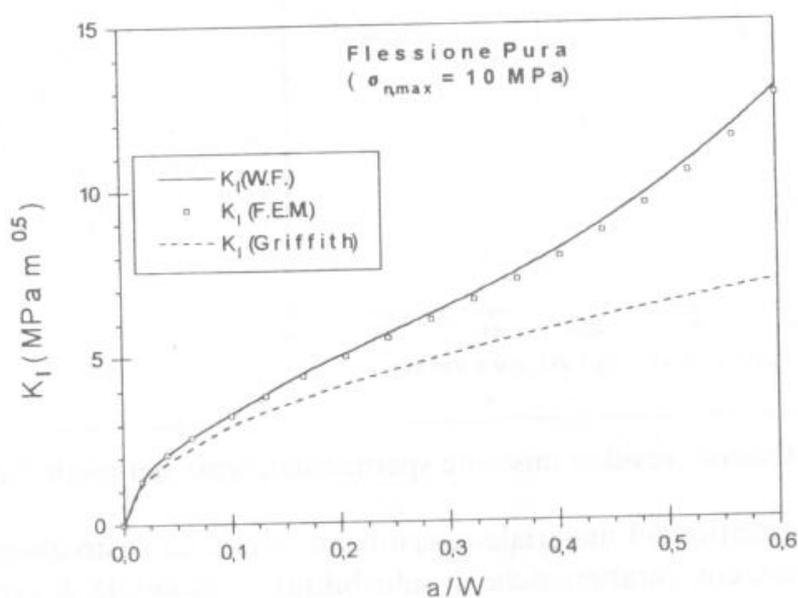


Figura 4: SIF in funzione della lunghezza di cricca per il caso di flessione pura

## 2. DETERMINAZIONE DELLA VITA RESIDUA DELLA STRUTTURA IN PRESENZA DI FESSURE

### 2.1 Aspetti generali

Al fine della messa a punto del modello per la determinazione della vita è stata assunta una sollecitazione di tipo flessionale. Si ritiene infatti che la flessione rappresenti la caratteristica di sollecitazione prevalente per questo tipo di elemento strutturale. Per ridurre il numero di parametri da considerare si è ipotizzato di simulare carichi di flessione di ampiezza costante nel tempo e valore minimo pari a 0. A causa delle saldature, sono presenti nella struttura tensioni residue di entità non trascurabile. Per mezzo della tecnica del foro cieco lo stato di autotensione è stato misurato in corrispondenza di una sezione della piastra nei pressi di una giunzione saldata. La componente longitudinale dello stato di autotensione misurata è riportata nella fig. 5. In mancanza di misure più accurate si è assunto un andamento lineare a tratti tra i punti di misura che soddisfa le condizioni di autoequilibrio caratteristiche degli stati di tensione residua. Dalla fig. 5 si può notare come in corrispondenza delle fibre inferiori si manifestano tensioni residue di trazione mentre si ha compressione nella parte centrale della sezione. Poichè il luogo tipico per l'innesco di fessure è proprio la fibra inferiore (più sollecitata), può aspettarsi un contributo peggiorativo delle autotensioni per la fase di innesco e propagazione di una fessura di lunghezza limitata. Per fessure di lunghezza maggiore è però da attendersi un effetto di rallentamento quando l'apice del difetto penetra la zona con autotensioni di compressione.

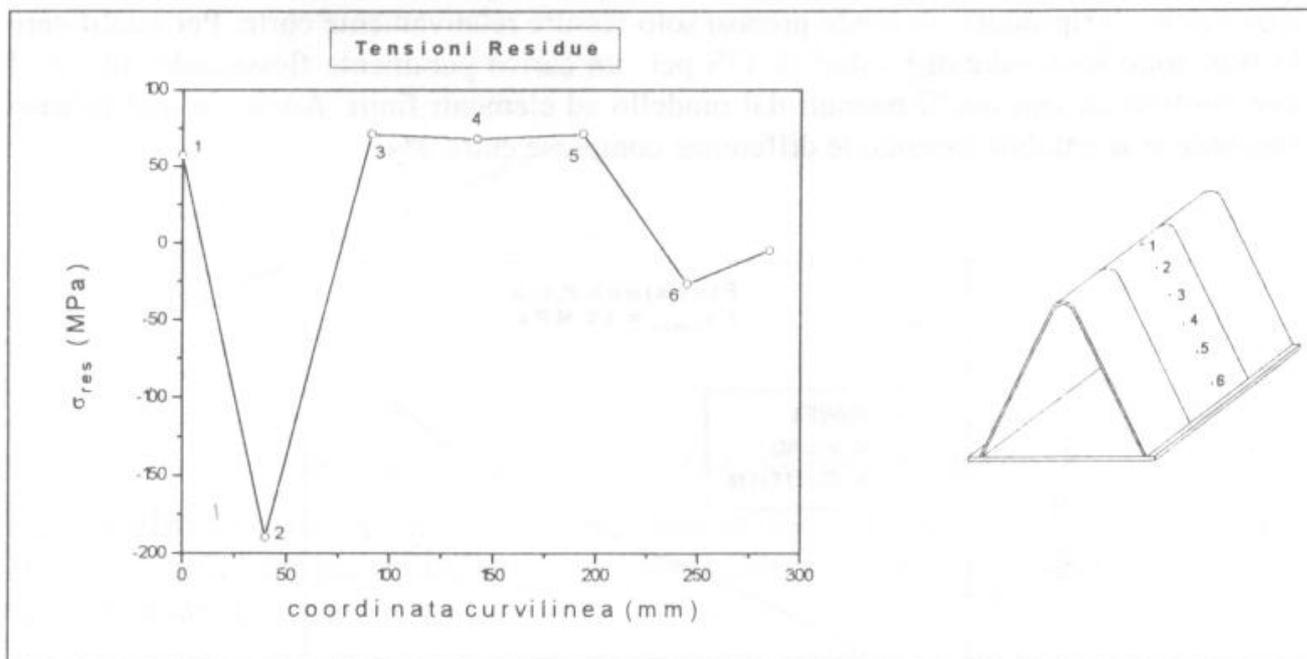


Figura 5: tensioni residue misurate sperimentalmente nei punti indicati.

In assenza di dati specifici del materiale (usualmente acciai da costruzione definiti dalle proprietà meccaniche, con caratteristiche di saldabilità), le proprietà di propagazione per fatica sono state reperite in letteratura /7/ prendendo in considerazione acciai di caratteristiche metallurgiche e meccaniche simili e di analogo impiego. In particolare la seguente relazione è stata assunta per la velocità di propagazione stabile /8/

$$\frac{da}{dN} = C \cdot (\Delta K^n - \Delta K_{th}^n) \quad (4)$$

in cui  $C$  ed  $n$  sono proprietà del materiale mentre  $\Delta K_{th}$  dipende anche dal rapporto di carico  $R$  secondo la relazione seguente (dove il FIS è espresso in  $\text{MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$ ):

$$\Delta K_{th} = \begin{cases} \Delta K_{th0} \cdot (1 - C_0 \cdot R) & \text{per } R < 0,7 \\ 3 & \text{per } R > 0,7 \end{cases}$$

I valori per i suddetti parametri descrittivi sono riportati in tabella II:

| $C$                   | $n$  | $\Delta K_{th0}$ ( $\text{MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$ ) | $C_0$  |
|-----------------------|------|---|--------|
| $1,15 \cdot 10^{-11}$ | 2,87 | 9,25  | 0,9652 |

Tabella II: parametri per il calcolo della vita a fatica relativi al materiale considerato

## 2.2 Vita a fatica in assenza di tensioni residue

I dati di vita a fatica calcolati in assenza di tensioni sono rappresentati in fig. 6, in cui le curve si riferiscono a diverse lunghezze iniziali di fessura  $a_0$  in presenza di un ciclo di carico con momento minimo pari a 0. Si è ritenuto più significativo riportare in ordinata il valore della massima tensione nominale prodotta dal momento. Tale valore si manifesta all'apice del raccordo ed è legato da un rapporto di proporzionalità diretta con il momento. La legge di evoluzione è stata ottenuta integrando la (4) con una procedura numerica. Il valore finale della lunghezza di fessura è scaturito dalla più restrittiva tra la condizione di superamento della tenacità del materiale  $K_{max} > K_C$  ( $K_C \approx 100 \text{ MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$  per questi materiali) e la condizione di snervamento generale della sezione residua.

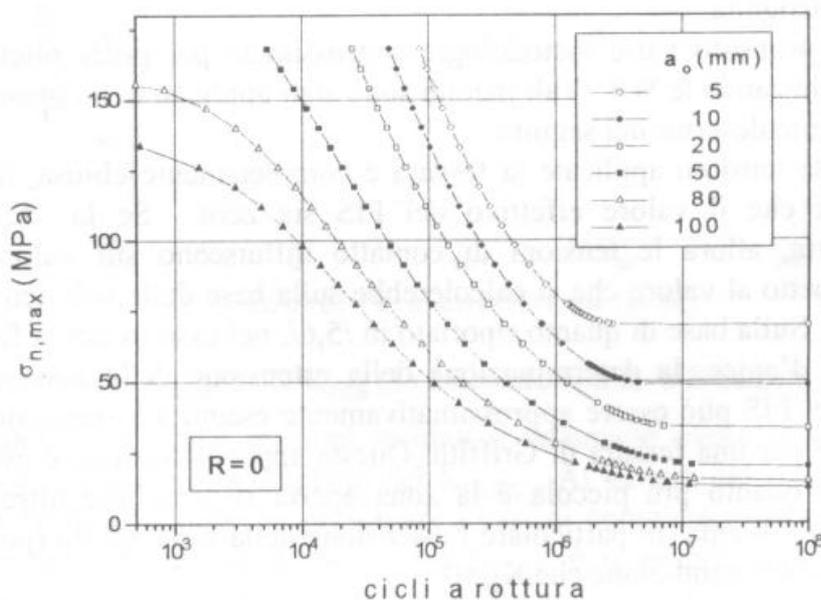


Figura 6: vita residua in funzione della lunghezza iniziale di cricca, nel caso in cui non si considerano le tensioni residue.

La fig. 6 mostra un tipico andamento decrescente del carico a rottura con il numero di cicli nella prima parte mentre, dopo il tipico ginocchio che si localizza tra  $10^6$  e  $10^7$  cicli indipendentemente dalla lunghezza iniziale della fessura, si raggiunge un andamento asintotico che caratterizza la non propagazione e che è connesso all'effetto di soglia. Valori più elevati di  $R$ , a parità di  $\Delta\sigma_{n,max}$  tendono ad abbassare le tensioni di non propagazione ed hanno invece effetti poco significativi sulla parte decrescente delle curve.

### 2.3 Effetto delle tensioni residue

Le condizioni di sollecitazione dell'apice cambiano sensibilmente se oltre alle tensioni applicate si prendono in considerazione anche le autotensioni, le quali influiscono sui valori di  $K_{max}$  e  $K_{min}$ . Di conseguenza al variare delle condizioni di carico e della lunghezza della fessura si possono avere valori diversi di  $R$ ,  $\Delta K_{th}$  e  $\Delta K$  rispetto agli equivalenti valori calcolati sulla base dei carichi esterni.

Applicando direttamente la relazione (1) in cui le tensioni dovute al momento si sommano anche le tensioni residue, si possono osservare per certe lunghezze di fessura e livelli del momento applicato valori negativi di FIS. Questo risultato è chiaramente privo di senso fisico in quanto comporterebbe compenetrazione di materiale in corrispondenza dell'apice. In queste condizioni la fessura è parzialmente o totalmente chiusa e nascono nelle zone di contatto delle tensioni che contribuiscono ad aprire la fessura e che dovrebbero essere tenute in conto nel calcolo del FIS mediante (1).

Se questo calcolo potesse essere eseguito si otterrebbe un valore 'effettivo' di FIS che potrebbe essere usato direttamente nella valutazione del ciclo di carico e delle caratteristiche di propagazione (4). Purtroppo tale valutazione è in genere molto complessa in quanto il problema risulta tipicamente non lineare essendo la zona di contatto a priori incognita.

Gli autori hanno proposto varie metodologie approssimate per poter ottenere i valori effettivi di FIS utilizzando le WF. Tali metodi sono stati applicati nella presente analisi e sono sommariamente descritti nel seguito.

Se per effetto delle tensioni applicate la fessura è completamente chiusa, le tensioni di contatto sono tali che il valore effettivo del FIS sia zero. Se la fessura risulta parzialmente aperta, allora le tensioni di contatto influiscono sul valore dello SIF aumentandolo rispetto al valore che si calcolerebbe sulla base delle sole tensioni esterne più quelle residue. Sulla base di quanto riportato in /5,6/, nel caso in cui la fessura risulta aperta nella zona d'apice, la determinazione della estensione della zona aperta e del valore effettivo del FIS può essere approssimativamente eseguita assumendo per la sola zona aperta la WF per una fessura di Griffith. Questa approssimazione è evidentemente tanto più corretta quanto più piccola è la zona aperta rispetto alle altre dimensioni caratteristiche del problema. In particolare l'estensione della zona aperta (posizione di  $B$  in fig. 7) si ricava dalla condizione che  $K_B=0$ .

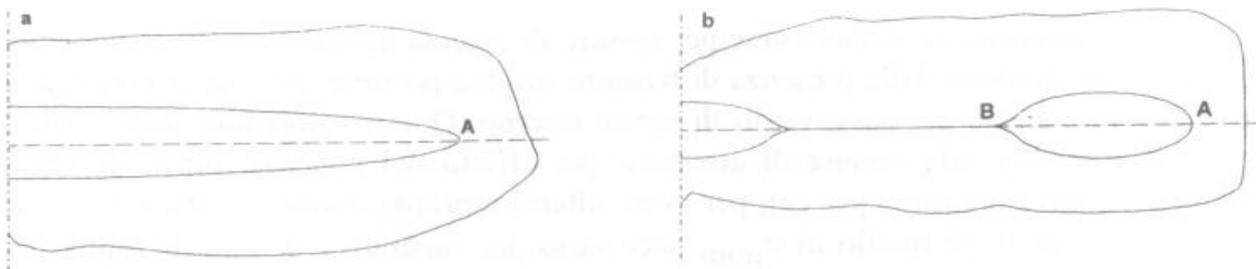


Figura 7: configurazioni della cricca che si possono presentare durante il ciclo di carico

Applicando questo approccio approssimato al caso in cui sulla struttura agiscono solo le tensioni residue ( $\sigma_{res}$ ), si può ricavare l'andamento del  $K_{eff,min}$  al variare di  $a$ . Nella fig. 8 viene mostrato l'andamento del FIS al variare di  $a$  dovuto alle sole tensioni residue.

Con  $K_{res}$  è indicato il valore che si ottiene sostituendo le tensioni residue in (1) e trascurando eventuali effetti di contatto mentre con  $K_{min}$  è riportato l'andamento del SIF effettivo che comprende l'effetto di contatto. Si può osservare che per fessure corte le due curve coincidono (le tensioni residue sono positive nell'estremità del raccordo). Per fessure intermedie il  $K_{min}$  risulta nullo e il  $K_{res}$  negativo questo significa che la zona d'apice è in contatto. Per fessure di lunghezza maggiore ad un  $K_{res}$  negativo si contrappone un  $K_{min}$  positivo che rappresenta una situazione come quella di fig. 7(b).

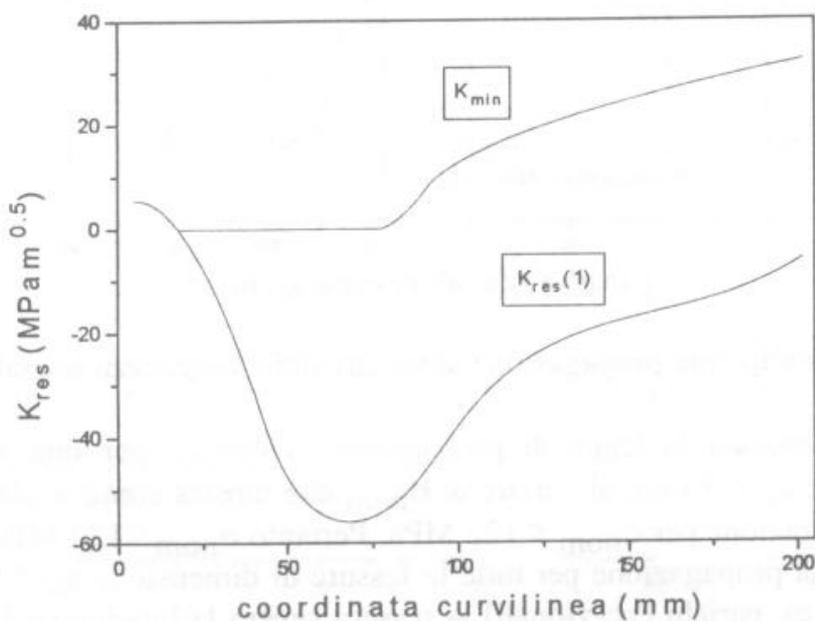


Fig. 8: andamento del  $K_{min}$  e del  $K_{res}$  (1) calcolato con la WF tramite la eq. (1)

Se oltre all'andamento delle tensioni residue si sommano anche le tensioni dovute al momento, si può ricavare l'andamento del  $K_{max}$ . Al variare del carico esterno e della lunghezza di fessura, si possono presentare i casi di completa e parziale apertura della fessura. Solo nel primo caso il valore del  $K_{max}$  è ricavabile direttamente dalla (1) considerando  $\sigma_{eff} = \sigma_{nom} + \sigma_{res}$  e quindi  $K_{max} = K_{nom} + K_{res}(1)$ ; nel caso invece di parziale apertura,  $K_{max} > K_{nom} + K_{res}(1)$  e considerazioni analoghe per l'esame degli effetti di contatto sono necessari. In figura 9 sono riportati i livelli di tensione nominale massima applicata ( $\sigma_{nom}$ ) necessari perché all'apice si abbia  $\Delta K > \Delta K_{th}$ .

Può essere interessante notare come per fessure di piccola dimensione l'avanzamento sia inizialmente favorito dalla presenza di tensioni residue positive, per cui la propagazione può avvenire anche per bassi valori di carico esterno. Questi valori non sono sufficienti però ad impedire alla fessura di arrestarsi per effetto del notevole picco di tensione residua negativa presente, per cui, per avere ulteriore propagazione, il carico deve essere via via aumentato. Il livello di  $\sigma_{nom}$  necessario per superare il livello di soglia per la propagazione ha un massimo relativo per fessure di dimensioni pari a  $\approx 55$  mm e tende a diminuire in modo blando per fessure comprese tra 55 mm e 77 mm. In questo intervallo la fessura è risultata completamente aperta nel momento in cui  $\Delta K > \Delta K_{th}$ . Per fessure di dimensioni superiori a 77 mm la fessura è parzialmente aperta e di conseguenza le tensioni di contatto producono un aumento del valore effettivo di R e inoltre si ha  $K_{max} > K_{nom} + K_{res(1)}$ . L'effetto combinato di questi due fattori è responsabile del brusco calo di tensione richiesta alla propagazione.

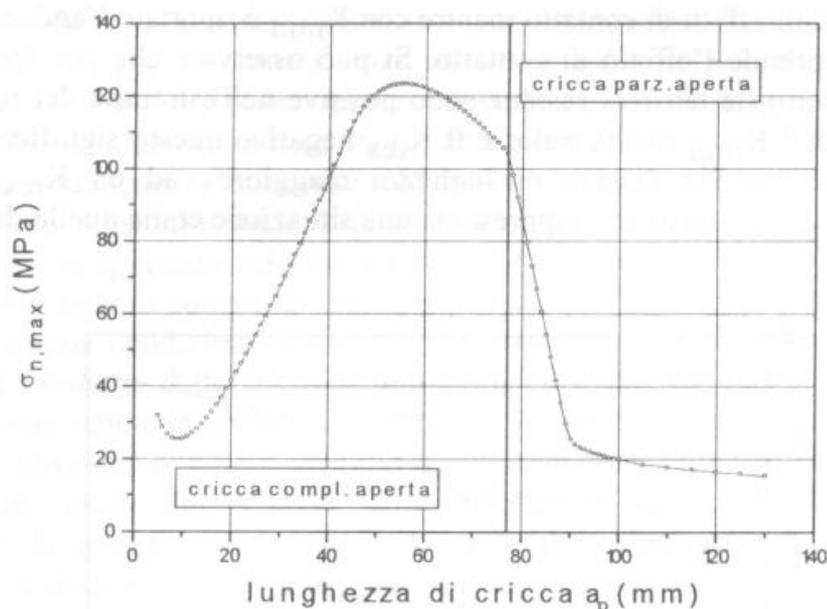


Figura 9: livelli di incipiente propagazione al variare della lunghezza iniziale della cricca

Nella fig. 10 è illustrata la legge di propagazione calcolata per una fessura avente dimensione iniziale  $a_0 = 5$  mm, al variare di  $\sigma_{nom}$  che mostra come si abbia sempre un arresto della propagazione per  $\sigma_{nom} < 122$  MPa. Pertanto  $\sigma_{nom} = 122$  MPa appare come livello di soglia alla propagazione per tutte le fessure di dimensione  $a_0 < 55$  mm. Se per qualche motivo (p.es. carichi eccezionali) la fessura supera la lunghezza di 55 mm, essa può successivamente propagare anche per livelli di tensione più bassi.

Si fa osservare inoltre la dipendenza marcatamente non continua della velocità di propagazione dalla dimensione di fessura e dal numero di cicli di carico. Si vede infatti come nel caso di 126 Mpa la fessura, che per un significativo numero di cicli sembra sostanzialmente ferma, abbia una rapidissima evoluzione attorno a  $5 \cdot 10^7$  cicli che porta il componente a rottura in modo pressochè immediato. Questo rappresenta un fenomeno tipico delle tensioni residue di compressione che, se da un lato sono generalmente benefiche dal punto di vista della durata del componente, possono comportare delle serie difficoltà sotto l'aspetto della programmazione dei cicli di ispezione.

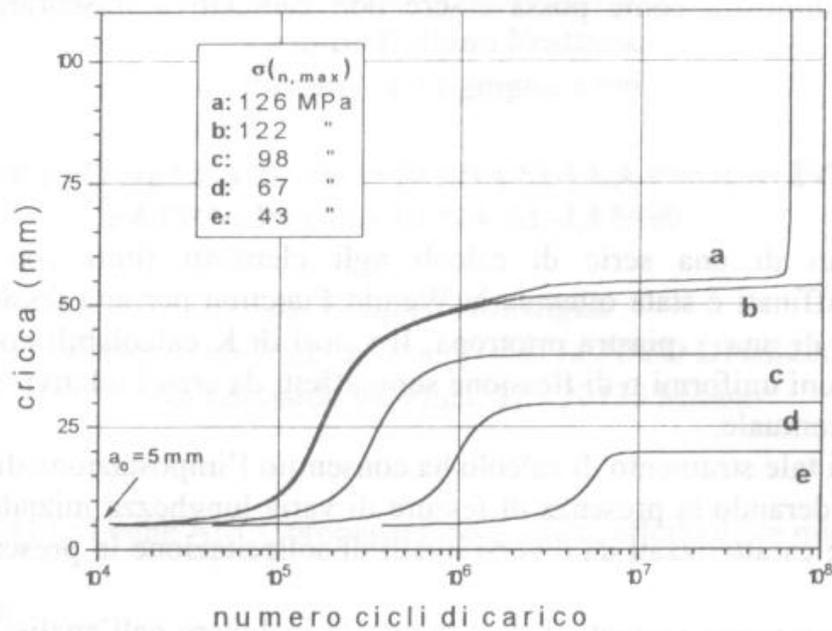


Figura 10: propagazione ed arresto al variare del carico applicato per  $a_0 = 5\text{ mm}$

Le curve di vita della struttura per diverse lunghezze di fessura sono riportate in fig. 11 considerando condizioni di carico esterno analoghe a quelle relative alla fig. 6.

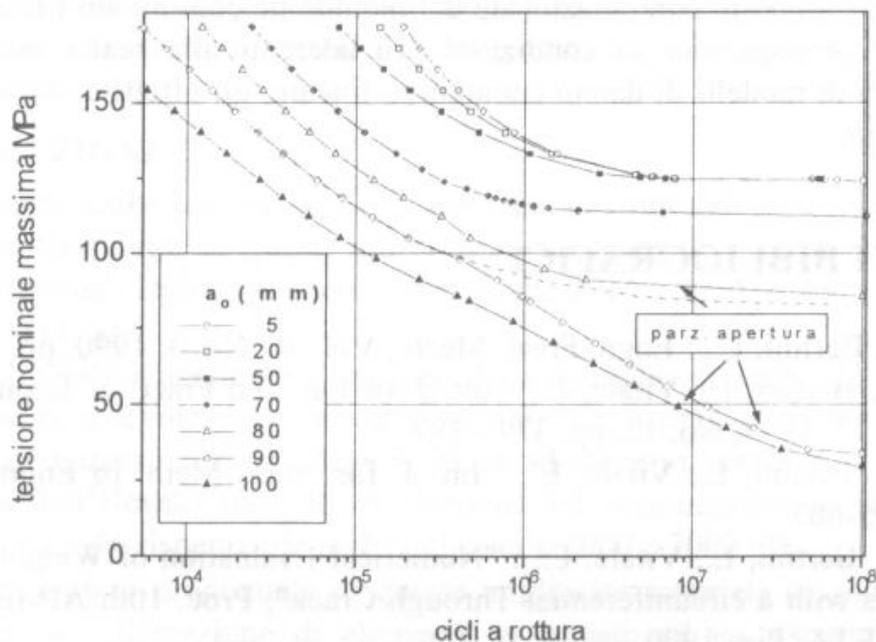


Figura 11: vita residua a rottura in funzione della lunghezza iniziale di cricca, nel caso in cui si considerano le tensioni residue.

Dal grafico si riscontra direttamente il livello di soglia di  $\approx 122\text{ MPa}$  per tutte le fessure con  $a_0 < 55\text{ mm}$  e si evidenzia un diverso comportamento delle fessure 'lunghe' ( $a_0 > 80\text{ mm}$ ) in relazione al raggiungimento delle condizioni di non propagazione. In particolare, l'abbassamento del livello di soglia è una conseguenza delle tensioni di contatto che inducono un incremento del valore effettivo di  $R$ . A titolo di esempio, per la fessura di  $90\text{ mm}$  è riportato tratteggiato anche l'andamento che si otterrebbe trascurando le azioni

di contatto e si dimostra come possa essere non cautelativo trascurare le azioni di contatto.

## CONCLUSIONI

Tramite i risultati di una serie di calcoli agli elementi finiti con modelli non particolarmente raffinati è stata ottenuta la Weight Function per una fessura simmetrica nell'irrigidimento di una piastra ortotropa. Il valori di  $K$  calcolabili con tale WF nel caso di sollecitazioni uniformi o di flessione sono affetti da errori relativi stimabili entro qualche unità percentuale.

La disponibilità di tale strumento di calcolo ha consentito l'impostazione di una analisi di vita a fatica considerando la presenza di fessure di varia lunghezza iniziale sotto carichi ciclici di flessione caratterizzati da diversi livelli di sollecitazione in presenza o meno di tensioni residue.

Tramite un approccio approssimato è stato possibile includere nell'analisi l'effetto delle tensioni di contatto che si manifestano in presenza di tensioni residue di compressione.

E' stato mostrato l'effetto delle autotensioni sulla propagazione ed è stato evidenziato che le tensioni di compressione, pur producendo generalmente una riduzione delle velocità di propagazione, possono dare luogo a problemi nella programmazione degli intervalli di ispezione rendendo la legge temporale di evoluzione del difetto dipendente in modo marcatamente discontinuo dalle condizioni di partenza.

La semplicità e il basso costo computazionale del metodo ne consentono l'uso anche per la simulazione di propagazioni in condizioni più aderenti alla realtà considerando, almeno nell'ambito di modelli di danno cumulativo lineare, gli effettivi spettri di carico agenti sulla struttura.

## RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

1. Beghini, M., Bertini, L., : *Engn. Fract. Mech.*, Vol. 36, No. 3, 1990, pp. 379-387.
2. Beghini, M., Bertini, L., Vitale, E., : *Int. J. of Fat. and Fract. of Engn. Mat. and Struct.*, Vol. 17, 1994, No. 12, pp. 379 - 387
3. Beghini, M., Bertini, L., Vitale, E., : *Int. J. for Num. Meth. in Engn.*, Vol. 32, 1991, pp. 595-607
4. Beghini, M., Bertini, L., Vitale, E., : "Numerical Evaluation of Weight Functions for Cylinders with a circumferential Through Crack", *Proc. 10th AIMETA Conf.*, Vol. 1, AIMETA, Pisa 1990
5. Beghini, M., Bertini, L., : "Effective Stress Intensity Factor and Contact Stress for a partially closed Griffith Crack in Bending" in *pubbl. su Engn. Fract. Mech.*
6. Beghini, M., Bertini, L., : "Contact stress surface crack: exact solution and assessment of approximate evaluations", *Proc. Contact Mechanics II Conf.*, pp. 445-452
7. Tanaka, k., "Mechanics and Micromechanics of Fatigue Crack Propagation", *Fracture Mechanics: Perspectives and Directions (20th Symposium)*, ASTM STP 1020, Philadelphia, 1989, pp. 151-183
8. Klesnil, M. and Lukas, P., *Engn. Fract. Mech.*, Vol. 4, 1972, pp. 77-92