

IGF11 - XI Convegno Nazionale
Gruppo Italiano Frattura
Brescia, 4-6 Luglio 1995

VITA RESIDUA A FATICA SOTTO ECCITAZIONE STOCASTICA NON GAUSSIANA

Pierluigi Colombi

Dipartimento di Ingegneria Strutturale
Politecnico di Milano, Piazza L. Da Vinci 32, 20133, Milano

SOMMARIO

In questa memoria viene presentata una tecnica per lo studio della propagazione di cricca per fatica nel caso in cui lo stato di sforzo applicato è di natura aleatoria e descritto da processi stocastici Gaussiani o non Gaussiani. La metodologia proposta descrive la sequenza degli estremi mediante una catena di Markov e determina il valor medio della vita utile a fatica interpretando la propagazione di cricca come processo di diffusione di Markov. Il relativo coefficiente di convezione è ottenuto attraverso simulazione numerica. Questa particolare tecnica numerico-analitica permette di analizzare differenti classi di processi stocastici Gaussiani e non Gaussiani, differenti modelli di propagazione di cricca e di tenere in conto nella valutazione del valor medio della vita utile a fatica degli effetti di ritardo dovuti alla aleatorietà dello stato di sforzo applicato. L'esempio numerico riportato in questa memoria applica la tecnica proposta ad alcune particolari classi di processi stocastici non Gaussiani e valuta il valor medio della vita utile a fatica sia nel caso di crescita di cricca ritardata che non ritardata. Nel solo caso di crescita non ritardata i risultati numerici ottenuti sono infine confrontati con le previsioni fornite da alcuni modelli disponibili in letteratura.

INTRODUZIONE

La valutazione del valor medio del numero di cicli a rottura per fatica può essere effettuata per via analitica solo nel caso in cui il processo descrivente lo stato di sforzo è di tipo Gaussiano a banda stretta. Per questa particolare situazione è infatti nota la distribuzione di probabilità (distribuzione di Rayleigh) dell'ampiezza dei cicli di sforzo. Nel caso quindi di processi Gaussiani a banda larga si rende necessaria l'applicazione di un coefficiente correttivo che tenga conto della effettiva larghezza di banda del processo di sforzo. Nella realtà occorre inoltre tener presente che difficilmente il processo di sforzo è di tipo Gaussiano a causa delle non linearità connesse con il comportamento meccanico dell'elemento strutturale in esame o della non Gaussianità del processo di carico applicato. In questo caso l'utilizzo

di una distribuzione di Rayleigh per l'ampiezza dei cicli di sforzo porta ad una stima ancora più approssimata del valor medio del numero di cicli a rottura. Nel caso quindi di processi non Gaussiani occorre introdurre un ulteriore coefficiente correttivo che tenga conto della non Gaussianità del processo di sforzo. Solo in alcuni casi e solo relativamente a processi Gaussiani è stato infine affrontato in letteratura il problema della valutazione degli effetti di ritardo connessi alla aleatorietà dello sforzo applicato [6]. In questa memoria viene proposto un metodo numerico-analitico per la valutazione del valor medio del numero di cicli a rottura nel caso in cui lo sforzo applicato è descritto da un processo stocastico, Gaussiano o non Gaussiano, a banda larga. Il modello considera una singola realizzazione del processo descrivente lo stato di sforzo applicato. La corrispondente sequenza degli estremi (massimi e minimi) è approssimata attraverso catene di Markov [6] [7] [8] le cui matrici di probabilità di transizione [5] vengono stimate attraverso simulazione. L'intero processo di propagazione di cricca viene interpretato come un processo di diffusione di Markov. Il coefficiente di convezione coinvolto nella scrittura della equazione differenziale che fornisce il valor medio del numero di cicli a rottura è stimato mediante simulazione.

FORMULAZIONE DEL PROBLEMA

Nel resto di questa memoria verrà fissata l'attenzione su processi di sforzo $\underline{y}(t)$ di tipo non Gaussiano a banda larga. Il caso di processi di sforzo di tipo Gaussiano a banda larga è infatti già stato trattato in [7] [8]. I processi $\underline{y}(t)$ che saranno utilizzati sono ottenuti mediante una trasformazione non lineare di processi Gaussiani $\underline{x}(t)$:

$$\underline{y}(t) = g(\underline{x}(t)) \quad (1)$$

dove $g(\underline{x}(t))$ è una funzione monotona e crescente. Questa ultima ipotesi assicura per i processi $\underline{x}(t)$ e $\underline{y}(t)$ lo stesso coefficiente di irregolarità α [6] e lo stesso numero di massimi per unità di tempo. Infatti i massimi di $\underline{y}(t)$ si verificano nello stesso istante di tempo in cui si verificano i massimi di $\underline{x}(t)$.

Al fine di fissare le idee si consideri il caso in cui $\underline{x}(t)$ è un processo Gaussiano a banda stretta ($\alpha \simeq 1$). Si supponga inoltre di scalare il processo $\underline{y}(t)$ in modo da avere $\sigma_{\underline{y}} = \sigma_{\underline{x}}$. Per processi Gaussiani e a banda stretta l'ampiezza S dei cicli di sforzo possiede una distribuzione di probabilità di Rayleigh. Questo consente di ricavare l'espressione esatta del valor medio della vita utile a fatica $E[N_f]$:

$$E[N_f] = \frac{k}{(2\sqrt{2}\sigma_{\underline{y}})^b (\frac{b}{2})!} \quad (2)$$

dove k e b sono i parametri della curva $S - N$ utilizzata per la valutazione, unitamente alla legge di Miner, del numero di cicli a rottura:

$$N = kS^{-b} \quad (3)$$

L'Eq.(2) è valida anche nel caso in cui si faccia uso, per la valutazione di N_f , di una delle equazioni deterministiche di propagazione di cricca [3] [1]. Ad esempio nel caso della legge di Paris:

$$\frac{da}{dN} = C(S \cdot Y(a)\sqrt{\pi a})^m \quad (4)$$

è sufficiente porre nell'Eq.(2) $b = m$ e $k = \frac{1}{C} \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{(Y(a)\sqrt{\pi a})^m}$.

Nell'Eq.(4) $Y(a)$ è funzione della geometria di cricca e del componente strutturale in esame, a_0 ed a_c indicano rispettivamente il valore iniziale e finale della dimensione di cricca mentre C ed m sono parametri del materiale.

A partire dalla definizione di $\underline{y}(t)$ fornita dall'Eq.(1) sono state sviluppate in letteratura alcune formule per la valutazione del coefficiente correttivo γ da applicare al valor medio della vita utile a fatica fornito dall'Eq.(2):

$$\gamma = \frac{E[N_f]}{E[N_f]} \text{ per il processo } \underline{x}(t) \quad (5)$$

$$\gamma = \frac{E[N_f]}{E[N_f]} \text{ per il processo } \underline{y}(t)$$

In generale [16] trascurare il fatto che il processo di sforzo è non Gaussiano porta a risultati non conservativi, cioè ad una sovrastima del valor medio del numero di cicli a rottura ($\gamma > 1$). Il valore fornito dall'Eq.(2) deve quindi essere diviso per il coefficiente γ . Per la valutazione di γ Jensen [10] ha utilizzato uno sviluppo in serie di Charlier in termini di cumulanti per approssimare la densità di probabilità congiunta $p_{\underline{y}, \dot{\underline{y}}}$ di $\underline{y}(t)$ e $\dot{\underline{y}}(t)$. Questo è infatti il dato di partenza per la stima della distribuzione di probabilità degli estremi e dell'ampiezza dei cicli di sforzo applicati. Il risultato a cui si perviene per γ è il seguente:

$$\gamma = 1 + \frac{1}{24}(b^2\lambda_{40} - b(4\lambda_{40} - 6\lambda_{22})) \quad (6)$$

dove i λ_{mn} sono funzione dei momenti centrali m_{mn} di $p_{\underline{y}, \dot{\underline{y}}}$.

Winterstein [16] [17] [18] ha proposto invece uno sviluppo in serie di polinomi di Hermite per approssimare il processo $\underline{y}(t)$. Con riferimento al livello di approssimazione introdotto nel calcolo analitico dei coefficienti della serie di polinomi di Hermite, sono state proposte in [17] due espressioni per il coefficiente correttivo γ . Una prima espressione si riferisce ad una approssimazione del primo ordine:

$$\gamma = 1 + \frac{1}{24}(b^2\lambda_{40} - b\lambda_{40}) \quad (7)$$

dove λ_{40} rappresenta il momento centrale m_{40} di $p_{\underline{y}, \dot{\underline{y}}}$, cioè il quarto momento centrale di $\underline{y}(t)$. Considerando invece una approssimazione del secondo ordine si ottiene:

$$\gamma = \left(\frac{\sqrt{\pi}\kappa}{2V_r}\right)^b \frac{(bV_r)!}{\left(\frac{b}{2}\right)!} \quad (8)$$

dove V_r vale:

$$V_r^2 = \frac{4}{\pi}(1 + h_4 + \bar{h}_4) - 1 \quad (9)$$

Nelle precedenti equazioni h_4 indica il quarto momento di Hermite [17] del processo $\underline{y}(t)$ mentre \bar{h}_4 e κ sono i coefficienti dell'espansione in serie di Hermite sopra citata [17].

Lutes et al. [12] hanno valutato γ attraverso simulazione numerica a partire dalla definizione di γ riportata nell'Eq.(5). In particolare $E[N_f]$ per il processo $\underline{y}(t)$ è valutato mediante simulazione mentre $E[N_f]$ per il processo $\underline{x}(t)$ è calcolato analiticamente, mediante l'Eq.(2).

Kanegaonkar et al. [11] proposero di approssimare la distribuzione di probabilità P_S dell'ampiezza dei cicli di sforzo combinando in modo opportuno una distribuzione di tipo Gaussiano ed una di tipo esponenziale traslata. La corrispondente densità di probabilità p_S è stata calcolata numericamente ed utilizzata per il calcolo di γ .

Sarkani et al. [13] proposero infine di stimare il valore del coefficiente γ applicando la trasformazione non lineare introdotta nell'Eq.(1) alla distribuzione di Rayleigh che, come già ricordato, descrive l'ampiezza dei cicli di sforzo di un processo Gaussiano a banda stretta.

Nel caso in cui il processo $\underline{y}(t)$ è a banda larga è necessario applicare un secondo coefficiente correttivo δ ($\delta > 1$) [7] [2], oltre a γ , al valor medio del numero di cicli a rottura fornito dall'Eq.(2). Il trascurare l'effetto della larghezza di banda del processo è a vantaggio di sicurezza per cui il valor medio del numero di cicli a rottura ottenuto con l'Eq.(2) deve essere moltiplicato per δ .

TECNICA DI SOLUZIONE PROPOSTA

Come già accennato in precedenza il metodo per la determinazione del valor medio del numero di cicli a rottura che sarà illustrato in questo paragrafo è in grado di tener conto anche degli effetti di ritardo inevitabilmente connessi all'aleatorietà del processo di sforzo. Prima di procedere quindi alla descrizione della tecnica di soluzione proposta verrà brevemente descritto il modello deterministico di propagazione di cricca adottato. L'Eq.(4) (legge di Paris) è sicuramente il modello più comunemente usato in letteratura per lo studio della propagazione di cricca. La legge di Paris è stata originariamente formulata per cicli di sforzo di ampiezza costante. Quello che sperimentalmente si osserva nel caso di cicli di sforzo di ampiezza variabile è una temporanea diminuzione del tasso di crescita dopo l'applicazione di un sovraccarico di trazione. Questo effetto può essere modellato sostituendo nella legge di Paris all'ampiezza S dei cicli di sforzo il corrispondente valore effettivo S_{eff} .

In seguito alla applicazione di un sovraccarico di trazione infatti si ha la formazione all'apice della cricca di una estesa zona plastica, sede di sforzi di compressione durante la successiva fase di scarico. La cricca rimane quindi chiusa sino a quando lo sforzo applicato non è maggiore dello sforzo necessario per aprirla. La maggior parte dei modelli di ritardo [14] considerano la crescita di cricca ritardata sino a quando la zona plastica prodotta dal massimo del generico ciclo di sforzo è contenuta nella zona plastica prodotta dal sovraccarico. Questo porta alla definizione di un "reset stress" S_r [15] come dello sforzo necessario per produrre una zona plastica che è al limite della zona plastica prodotta dal sovraccarico [6]. A partire da questa ipotesi sono state formulate in letteratura [4] diverse proposte per S_{eff} come ad esempio il modello proposto da Veers [15] ed utilizzato in [7] [8].

Nel caso di cicli di sforzo di ampiezza variabile ogni massimo può essere potenzialmente un sovraccarico. Se infatti il generico massimo è maggiore sia del massimo precedente che del massimo seguente esso viene considerato un sovraccarico e si ha l'inizio di una fase di ritardo. La fase di crescita ritardata termina con l'applicazione di un massimo di intensità maggiore di quella del "reset stress" corrente. La fase di ritardo può essere direttamente seguita da una nuova fase di ritardo od eventualmente da una fase di post-ritardo durante

la quale il generico massimo è maggiore del massimo precedente ma minore del massimo seguente. Il processo di propagazione di cricca è quindi visto come la successione di una fase di ritardo ed una eventuale di post-ritardo.

Come spesso effettuato in letteratura [6] il processo di crescita di cricca per fatica in presenza di incertezza è studiato come un fenomeno di diffusione. Il coefficiente di convezione necessario per la scrittura dell'equazione differenziale che fornisce il valor medio del numero di cicli a rottura è valutato attraverso simulazione. La simulazione è però limitata solo alla generica fase di ritardo e di post-ritardo invece che all'intero processo di propagazione. Gli estremi dello sforzo applicato sono inoltre descritti attraverso catene di Markov [9] le cui matrici di probabilità di transizione sono valutate attraverso simulazione a partire da una realizzazione del processo di sforzo. I risultati numerici relativi a processi di sforzo Gaussiani hanno mostrato [7] [8] come il coefficiente di variazione del numero di cicli a rottura che si ottiene dalle analisi sia trascurabile. Questa è la ragione per cui anche per processi non Gaussiani ci si limita al calcolo del coefficiente di convezione, considerando il processo di propagazione di cricca come un fenomeno "quasi-deterministico". La sola grandezza di interesse è quindi il valor medio $E[N_f]$, calcolato come soluzione della seguente equazione differenziale:

$$\eta(a_0) \frac{d}{da_0} E[N_f] = -1 \quad (10)$$

con condizione al contorno $E[N_f(a_c)] = 0$. Nell'Eq.(10) $\eta(a)$ indica il coefficiente di convezione mentre a_0 ed a_c denotano, rispettivamente, la dimensione iniziale e finale della cricca.

ESEMPIO NUMERICO

In questo esempio numerico si considera un elemento strutturale in cui è presente una cricca che si propaga in una zona di concentrazione di tensioni. Il tasso di crescita è descritto dalla legge di Paris (Eq.(4)) con $C=4.1E-13$ e $m=3$. Per la funzione $Y(a)$ è stata utilizzata la seguente espressione [7]:

$$Y(a) = 2.3 \cdot \exp[-1.0648 \cdot a^{0.44}] + 1 \quad (11)$$

Due diversi spettri di potenza per il processo Gaussiano $\underline{x}(t)$ (Eq.(1)) sono stati utilizzati nelle analisi. Il primo è uno spettro unimodale (Fig. (1)):

$$S_{\underline{x}}(f) = 0.25 \quad \text{per} \quad 1 \leq f \leq 5 \quad (12)$$

mentre il secondo è uno spettro bimodale (Fig. (1)):

$$S_{\underline{x}}(f) = \frac{9.9018E+03 \cdot \exp[-2.7245E-05/f^4]}{2.4215E+08 \cdot f^5 \cdot [(1 - 12.25 \cdot f^2)^2 + 0.0206 \cdot f^2]} \quad (13)$$

Entrambi gli spettri sono stati scalati in modo da avere per $\underline{x}(t)$ uno scarto quadratico medio unitario.

La simulazione del processo $\underline{x}(t)$ è stata effettuata nel dominio delle frequenze [5] mentre per la funzione $g(\underline{x}(t))$ è stata adottata la seguente espressione:

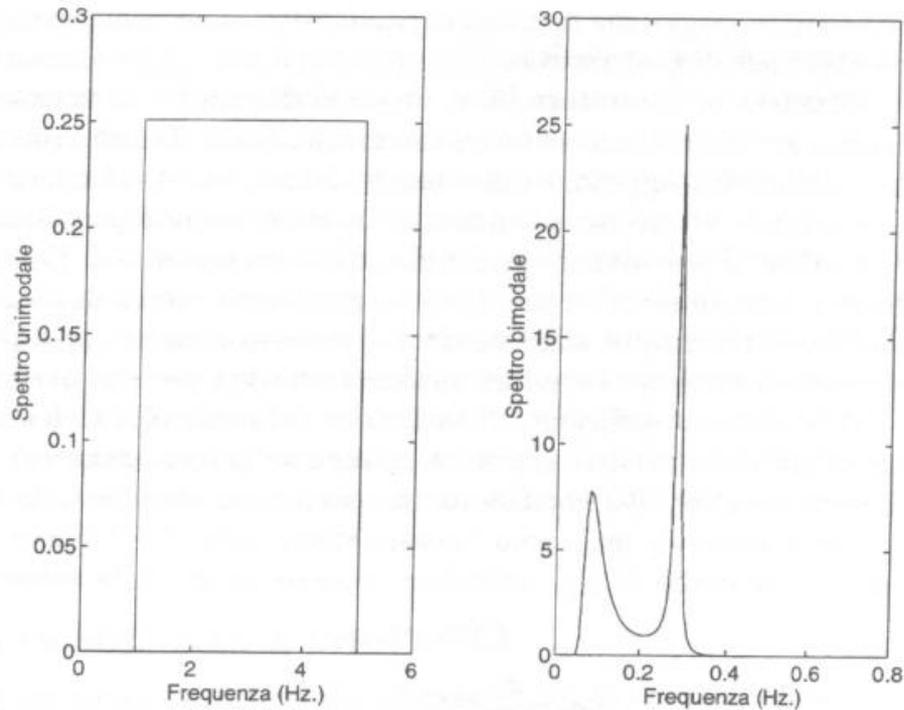


Figura 1: Spettri di potenza utilizzati nella generazione del processo $\underline{x}(t)$.

$$g(\underline{x}(t)) = 17 \cdot (\underline{x}(t) + 0.04 \cdot \underline{x}(t)^3) \quad (14)$$

Il valor medio del numero di cicli a rottura ottenuto è riportato in Tabella 1 per entrambi i casi analizzati. Al fine di valutare l'incremento del valor medio del numero di cicli a rottura dovuto ai fenomeni di ritardo, in Tabella 1 sono anche riportati i valori relativi al caso non ritardato.

Spettro unimodale	
Ritardato	Non ritardato
6.8896E+07	6.0036E+07
Spettro bimodale	
Ritardato	Non ritardato
7.6745E+07	6.8962E+07

Tabella 1: Valor medio del numero di cicli a rottura per crescita di cricca ritardata e non ritardata.

In letteratura sono state proposte alcune espressioni per la stima di un coefficiente correttivo γ da utilizzare in presenza di processi di sforzo non Gaussiani (Eqq.(6), (7)) e (8)). Al fine di valutare l'accuratezza del metodo proposto si trascurino gli effetti di ritardo e si

ponga S_{eff} pari all'ampiezza dei cicli di sforzo S . Con questa posizione è possibile stimare l'effetto della larghezza di banda del processo di sforzo mediante l'applicazione di un ulteriore coefficiente correttivo δ [2]. Il valor medio del numero di cicli a rottura è quindi ottenuto utilizzando l'Eq.(2) ed applicando i corrispondenti coefficienti correttivi γ e δ . I risultati numerici sono riportati in Tabella 2 per il caso relativo allo spettro unimodale ed in Tabella 3 per il caso relativo allo spettro bimodale.

Spettro unimodale			
Modello proposto	1678890		
Differenti modelli per il coefficiente δ	Eq.(6) ($\gamma = 1.3408$)	Eq.(7) ($\gamma = 1.2976$)	Eq.(8) ($\gamma = 1.2674$)
Miles	911081	941413	963760
Hancock	1102073	1138764	1165800
Wirsching	1071781	1107463	1133800
Zaho e Baker	1199557	1239493	1268900
Dirlik	1122366	1159732	1187300
Krenk	1333097	1377478	1410300

Tabella 2: Confronto tra il valor medio del numero di cicli a rottura ottenuto con il modello proposto ed alcuni modelli disponibili in letteratura (spettro unimodale per il processo $\underline{x}(t)$).

Il risultato relativo al modello proposto è riportato nella prima linea di ogni tabella. Nella seconda, terza e quarta colonna appare invece il valore del numero di cicli a rottura ottenuto con alcuni modelli presi dalla letteratura. In testa a ciascuna colonna è inoltre riportato il valore numerico del coefficiente γ .

Spettro bimodale			
Modello proposto	2056620		
Differenti modelli per il coefficiente δ	Eq.(6) ($\gamma = 1.3408$)	Eq.(7) ($\gamma = 1.2976$)	Eq.(8) ($\gamma = 1.2674$)
Miles	951495	983173	1006600
Hancock	1194003	1233754	1263100
Wirsching	1125760	1163240	1190900
Zaho e Baker	1315951	1359762	1392100
Dirlik	1221880	1262559	1292600
Krenk	1494971	1544742	1581500

Tabella 3: Confronto tra il valor medio del numero di cicli a rottura ottenuto con il modello proposto ed alcuni modelli disponibili in letteratura (spettro bimodale per il processo $\underline{x}(t)$).

Come si può notare dalle Tabelle 2 e 3 il modello proposto sovrastima il valor medio del numero di cicli a rottura. Occorre però ricordare che i coefficienti correttivi γ e δ sono

a vantaggio di sicurezza come dimostrato dai risultati di alcune simulazioni numeriche [2] [16]. Questo autorizza a supporre che il valore fornito dal modello proposto sia più vicino al valore esatto dei valori forniti dai modelli riportati nelle Tabelle 2 e 3. Questa ipotesi si è dimostrata corretta nel caso di processi di sforzo Gaussiani [7] dove il valore simulato è stimato correttamente dal modello utilizzato in questo lavoro.

CONCLUSIONI

In questa memoria è stata presentata una tecnica per la valutazione della distribuzione di probabilità della vita utile a fatica nel caso in cui lo stato di sforzo applicato è aleatorio e descritto da processi stocastici non Gaussiani. Il processo di propagazione di cricca viene considerato come un processo di diffusione di Markov il cui corrispondente coefficiente di convezione è calcolato attraverso simulazione. Il metodo si articola quindi in due distinte fasi. In una prima fase si procede al calcolo dei coefficienti di convezione attraverso simulazione. La simulazione è limitata alla generica fase di ritardo e di eventuale post-ritardo e la successione degli estremi dello sforzo applicato è approssimata attraverso catene di Markov. La seconda fase effettua il calcolo del valore medio del numero di cicli a rottura come soluzione di una equazione differenziale in cui interviene il coefficiente di convezione precedentemente stimato. L'esempio numerico proposto considera una particolare classe di processi non Gaussiani, ottenuti attraverso una trasformazione non lineare di processi Gaussiani, e valuta il corrispondente valore medio del numero di cicli a rottura. Il modello proposto, oltre a catturare gli effetti di ritardo, fornisce una stima meno conservativa del valore medio del numero di cicli a rottura di quella ottenuta con alcune formule approssimate disponibili in letteratura.

RINGRAZIAMENTI

Questa ricerca è stata resa possibile grazie al contributo finanziario del Ministero dell'Università e della Ricerca Scientifica (MURST) e del Consiglio Nazionale delle Ricerche (CNR).

BIBLIOGRAFIA

- [1] J.A. Bannantine, J.J. Comer e J.L. Handrock, *Fundamentals of Metal Fatigue Analysis*, Prentice Hall, 1989.
- [2] V. Bouyssy, S.M. Naboishikov e R. Rackwitz, Comparison of Analytical Counting Methods for Gaussian Processes, *Structural Safety*, Vol. 12, pp. 35-57, 1993.
- [3] D. Broek, *Elementary Engineering Fracture Mechanics*, Martinus Nijhoff Publishers, 1982.
- [4] J.H. Bulloch, The influence of mean stress or R-ratio on the fatigue crack threshold characteristics of steels - A review", *Int. J. Pres. Ves. & Piping*, Vol. 47, No. 3, pp. 263-292, 1991.

- [5] F. Casciati e L. Faravelli, Fragility Analysis of Complex Structural Systems, *Research Studies Press*, 1991.
- [6] P. Colombi, Vita Residua a Fatica di Componenti Strutturali Metallici Soggetti ad Eccitazione Stocastica, Tesi di Dottorato, Politecnico di Milano-Università degli Studi di Pavia, 1995.
- [7] P. Colombi e K. Dolinski, Fatigue Reliability Under Stochastic Load, *Atti del Congresso "OMAE 1995 - 14th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering"*, in corso di stampa.
- [8] P. Colombi e K. Dolinski, Markov Approach to Fatigue Crack Growth Under Stochastic Load, *Atti del Congresso "Localized Damage III - Computer Aided Assessment and Control"*, Aliabadi et al., Computer Mechanics Publications, pp. 89-96, 1994.
- [9] M. Frendahl e I. Rychlik, Rainflow analysis - Markov method, Comunicazione Privata, 1992.
- [10] J.J. Jensen, Fatigue Damage Due to Non-Gaussian Response, *J. of Engng. Mech. (ASCE)*, Vol. 116(1), pp. 240-246, 1990.
- [11] H.B. Kanegaonkar e A. Haldar, Non-Gaussian Response of Offshore Platforms: Fatigue, *J. of Struct. Engng. (ASCE)*, Vol. 113(9), pp. 1899-1908, 1987.
- [12] L.D. Lutes, M. Corazao, S.J. Hu e J. Zimmerman, Stochastic Fatigue Damage Accumulation, *J. of Struct. Engng. (ASCE)*, Vol. 110(11), pp. 2585-2601, 1984.
- [13] S. Sarkani, D.P. Kihl e J.E. Beach, Fatigue of Welded Joints Under Narrowband Non-Gaussian Loadings, *Prob. Engng. Mech.*, Vol. 9, pp. 179-190, 1994.
- [14] Suresh S., Micromechanism of fatigue crack growth retardation following overloads, *Engng. Fract. Mech.*, Vol. 18, No. 3, pp. 577-593, 1983.
- [15] P.J. Veers, Fatigue crack growth due to random loading, SAND87-2037, *Sandia National Laboratories*, 1987.
- [16] S.R. Winterstein, Non Gaussian Response and Fatigue Damage, *J. of Engng. Mech. (ASCE)*, Vol. 111(10), pp. 1291-1295, 1985.
- [17] S.R. Winterstein, Nonlinear Vibration Models for Estremes and Fatigue, *J. of Engng. Mech. (ASCE)*, Vol. 114(10), pp. 1772-1790, 1988.
- [18] S.R. Winterstein, Discussione della memoria: Non-Gaussian Response of Offshore Platforms: Fatigue, *J. of Struct. Engng. (ASCE)*, Vol. 115(3), pp.749-752, 1989.